

LÖSUNGEN

AUFGABENGRUPPE A

1. a) $\mathbb{L} = \{-5; 0; 5\}$, denn
 $x = 0$ oder $x - 5 = 0$ oder $x^3 + 125 = 0$
 $x = 0$ oder $x = 5$ oder $x^3 = -125$
 $x = 0$ oder $x = 5$ oder $x = -5$
- b) $\mathbb{L} = \{-3; 5; 6; 7; \dots\}$, denn
 1. Fall: $x^2 - 16 > 0$ und $x^3 + 8 > 0$
 $x < -4$ oder $x > 4$ und $x > -2$
 $x > 4$
 $\mathbb{L}_1 = \{5; 6; 7; \dots\}$
 2. Fall: $x^2 - 16 < 0$ und $x^3 + 8 < 0$
 $-4 < x < 4$ und $x < -2$
 $\mathbb{L}_2 = \{-3\}$
- c) $\mathbb{L} = \{\dots; -5; -4; -3; 2\}$, denn
 1. Fall: $(x - 2)^2 = (x^3 + 28) \cdot (x - 2)^2$
 $x = 2$ oder $1 = x^3 + 28$
 $\mathbb{L}_1 = \{2; -3\}$
 2. Fall: $(x - 2)^2 > (x^3 + 28) \cdot (x - 2)^2$
 $1 > (x^3 + 28)$
 $x < -3$
 $\mathbb{L}_2 = \{\dots; -5; -4\}$
- d) $\mathbb{L} = \{\dots; -5; -4; -2; -1; 0; 1; 2; 4; 5; \dots\}$, denn
 Da immer $(x^4 + 1) > 0$,
 ist $(x^4 - 18x^2 + 81) > 0$
 $(x^4 - 18x^2 + 81) = (x^2 - 9)^2 > 0$ für $x \neq \pm 3$

2. a) Hinweise zur Konstruktion des Sehnenvierecks $ABCD$:
 Teildreieck ABD als SWS
 Konstruktion des Umkreismittelpunkts
 Umkreis
 Kreis um B mit Radius b schneidet
 Umkreis in C .
- b) Hinweise zur Konstruktion des Sehnenvierecks $ABCD$:
 Berechnen von $\beta = 78^\circ$
 Konstruktion des Teildreiecks ABC (SsW)
 Konstruktion des Umkreismittelpunkts
 und des Umkreises
 Kreis um C mit Radius b schneidet
 Umkreis in D .
- c) Hinweise zur Konstruktion des Sehnenvierecks $ABCD$:
 Berechnung von $\delta = \varepsilon : 2 = 65^\circ$
 Konstruktion des Teildreiecks ACD (SWS)
 Konstruktion des Umkreismittelpunkts
 und des Umkreises

Kreis um A mit Radius a schneidet Umkreis in B .

3. a) (1) Hinweise zur Zeichnung der Figur:
(2) Konstruktion der Tangente
Beschreibung: Thaleskreis über \overline{MC} schneidet k in P .
(3) Kongruenz nach SsW mit folgender Begründung:
 $|MP| = |MB| = r$
 \overline{MC} gemeinsame Seite
 $\sphericalangle MPC = \sphericalangle CBM = 90^\circ$
(4) vollständige Begründung
Analog zur Kongruenz von (3) sind die Dreiecke QMP und AMQ kongruent.
 $\sphericalangle BMC + \sphericalangle CMP + \sphericalangle PMQ + \sphericalangle QMA = 180^\circ$
 $\sphericalangle BMC = \sphericalangle CMP$ und $\sphericalangle PMQ = \sphericalangle QMA$
Also gilt: $\sphericalangle CMP + \sphericalangle PMQ = 90^\circ$
- b) Konstruktion: Die Winkelhalbierende von $\sphericalangle ADB$ schneidet \overline{AB} in M .
Die Winkelhalbierende hat von den beiden Schenkeln den gleichen Abstand.
-

4. a) (1) $10 \oplus 2 = 10 + 2 - 1 = 11$
(2) $7 \oplus 2 \oplus 4 = 7 + 2 - 1 \oplus 4 = 8 \oplus 4 = 8 + 4 - 1 = 11$
- b) (1) $a \oplus b = a + b - 1 = b + a - 1 = b \oplus a$
(2) $(a \oplus b) \oplus c = (a + b - 1) \oplus c = a + b - 1 + c - 1 = a + b + c - 2$
 $a \oplus (b \oplus c) = a \oplus (b + c - 1) = a + b + c - 1 - 1 = a + b + c - 2$
- c) (1) $a \oplus 0 = a + 0 - 1 \neq a$
(2) $a \oplus n = a \Leftrightarrow a + n - 1 = a \Leftrightarrow n = 1$
- d) (1) $k \otimes a = k \cdot a - (k - 1)$
Erkennen des Musters durch Probieren oder
 $k \otimes a = a \oplus a \oplus a \oplus \dots \oplus a$ ($k \oplus$ -Summanden)
 $= a + a - 1 \oplus (a \oplus a \oplus \dots \oplus a)$ ($k - 2 \oplus$ -Summanden)
 $= 2a - 1 + a - 1 \oplus (a \oplus a \oplus \dots \oplus a)$ ($k - 3 \oplus$ -Summanden) usw.
- (2) Kommutativität: $a \otimes k = a \cdot k - (a - 1) \neq k \otimes a$.
(oder Gegenbeispiel mit Zahlen)
Das Kommutativgesetz gilt hier nicht.
-

5. a) Sie kann 5 Quader herstellen. Es bleiben 20 cm übrig.
 $4 \cdot (2 \text{ cm} + 3 \text{ cm} + 4 \text{ cm}) = 4 \cdot 9 \text{ cm} = 36 \text{ cm}$
 $200 \text{ cm} : 36 \text{ cm} = 5 \text{ Rest } 20 \text{ cm}$
- b) alle 5 Möglichkeiten (s. Tabelle)

a	b	c
2	2	7
2	3	6
2	4	5
3	3	5
3	4	4

Bei vier Quadern mit insgesamt 176 cm ($200 \text{ cm} - 24 \text{ cm}$) entfallen auf jeden Quader 44 cm Draht. Es gibt insgesamt 5 unterscheidbare Quader mit der Bedingung $a + b + c = 11 \text{ cm}$.

- c) (1) $r = 400 - n[4(a + a + c)]$
 $400 = n[4(a + a + c)] + r$
- (2.1) $100 = n[2a + c]$
 $r = 0 \Rightarrow 400 = n[4(a + a + c)]$
- (2.2) Bedingungen und alle Möglichkeiten
Bedingungen:
1. Bedingung: $\frac{100}{n}$ ist ganzzahlig $\Rightarrow n \in \{1; 2; 4; 5; 10; 20; 25; 50; 100\}$
2. Bedingung: $(a + a + c) \geq 6 \Rightarrow \frac{100}{n} \geq 6 \Rightarrow n \in \{1; 2; 4; 5; 10\}$
und damit $(a + a + c) \in \{10; 20; 25; 50; 100\}$

3. Bedingung: $a \cdot a \cdot c \leq 100$

Es gibt drei Möglichkeiten für n und 5 für $Q(a|a|c)$.

n	$2a + c$	a	c	V
10	10	2	6	24
10	10	3	4	36
10	10	4	2	32
5	20	2	16	64
4	25	2	21	84

-
6. a) (1) Spielkasse: $91 \text{ €} \cdot 0,25 = 22,75 \text{ €}$
(2) Gewinn pro Spieler: $(91 \text{ €} - 22,75 \text{ €}) : 13 - 5 \text{ €} = 5,25 \text{ €} - 5 \text{ €} = 0,25 \text{ €}$
 $5,25 \text{ €}$
- b) Der Lottogewinn beträgt 1690 € .
Einzahlung – Spielkosten = $13 \cdot 5 \text{ €} - 52 \text{ €} = 13 \text{ €}$
 $13 \text{ €} \cdot 12$ (Wochen) = 156 € (in Spielkasse durch Einzahlungen)
 $578,50 \text{ €} - 156 \text{ €} = 422,50 \text{ €}$ (in Spielkasse durch Gewinnausschüttungen)
 $422,50 \text{ €} : 0,25 = 1690 \text{ €}$ (Gewinnausschüttung insgesamt)
- c) Der erspielte Lottogewinn der betreffenden Woche beträgt 3536 € .
 $x : 12 - x : 13 = 17 \text{ €}$
 $x = 17 \text{ €} : \left(\frac{1}{12} - \frac{1}{13} \right) = 17 \text{ €} : \frac{1}{156} = 2652 \text{ €}$
 $2652 \text{ €} : 0,75 = 3536 \text{ €}$
- d) Jeder Spieler muss 4 % seines Ausschüttungsbetrags zurückzahlen.
 $(0,25 \cdot 0,125 + 0,75) \cdot (1 - x) = 0,75$
Die Spieler haben $0,75 + 0,25 \cdot 0,125$ des Gewinns erhalten.

-
7. a) (1) $p = 0,7 \cdot 0,7 (= 0,49)$
(2) $p = 0,7 \cdot 0,7 + 0,3 \cdot 0,7 \cdot 0,7 + 0,7 \cdot 0,3 \cdot 0,7 \cdot 0,7 (= 0,7399)$
(3) $p = 0,7 \cdot 0,3 \cdot 0,7 \cdot 0,3 \cdot 0,7 + 0,3 \cdot 0,7 \cdot 0,3 \cdot 0,7 \cdot 0,3 (= 0,0441)$
- b) Erläuterung: Mit der Wahrscheinlichkeit 0,7 trifft Bodo beim zweiten Schuss das Ziel und das Spiel wäre beendet. Mit der Wahrscheinlichkeit 0,3 trifft er zunächst nicht. Trifft er abermals nicht, so ist das Spiel beendet und trägt nicht zu $P(G)$ bei. Mit der Wahrscheinlichkeit 0,7 trifft Bodo und kommt in die Ausgangssituation zurück.
 $P(G) = \frac{70}{79}$
 $0,79 \cdot P(G) = 0,7$
- c) $p = 0,3 \cdot 0,7 \cdot \frac{70}{79} \left(= \frac{147}{790} \approx 0,186 \right)$
-

LÖSUNGEN

AUFGABENGRUPPE B

1. a) (1) $\mathbb{L} = \{-7\}$ oder $x = -7$
 $x^2 - 16 = x^2 + x - 9$
 $-16 = x - 9$
- (2) $\mathbb{L} = \{-8; -7; -6; \dots\}$
 $x^2 - 10x \leq x^2 - 8x + 16$
 $-2x \leq 16$
 $x \geq -8$
- (3) $\mathbb{L} = \{-2; -1; 0; 1; 2\}$
- b) Die Seitenlänge des Ausgangsquadrates beträgt 2 cm.
 möglicher Ansatz: $(x + 4) \cdot (x + 4) = x^2 + 32$

2. a) richtig eingezeichnete Dreiecke
 Punkt A bzw. B
 Punkt C_1 bzw. C_2
- b) (1) $A = 10 \text{ cm}^2$
 $A = 5 \cdot 4 : 2$
- (2) $S = 5 \text{ cm}^2$
 $5 \cdot 2 : 2$
- (3) Die Schnittfläche S beträgt $\frac{1}{3}$ der Gesamtfläche G .
 Gesamtfläche des Rechtecks: $5 \text{ cm} \cdot 4 \text{ cm} = 20 \text{ cm}^2$
 $G = 20 \text{ cm}^2 - 5 \text{ cm}^2 = 15 \text{ cm}^2$
 5 cm^2 von 15 cm^2
- c) Spiegelachse mit der Gleichung $x = 4,5$
- d) (1) $G = 75 \text{ cm}^2$
 Ansatz: z. B.
 $|AB| = 5 \text{ cm} + 20 \text{ cm} = 25 \text{ cm}$
 $25 \text{ cm} \cdot 4 \text{ cm} - 25 \text{ cm} \cdot 2 \text{ cm} : 2$
- (2) $B'(9|3)$
 Ansatz: z. B.
 von beiden Dreiecken abgedeckte Fläche:
 $21 \text{ cm}^2 : 3 = 7 \text{ cm}^2$, also Länge $|AB'| = 7 \text{ cm}$

3. a)

	lange Seite (in cm)	kurze Seite (in cm)
A2	59,4	42,0
A3	42	29,7
A4	29,7	21,0

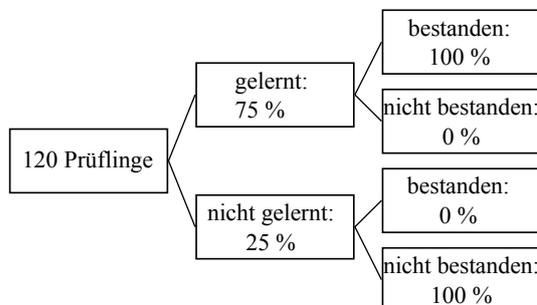
- b) Beide haben Recht mit Begründung, z. B. Vermerk auf Tabelle
 A1: $84 \text{ cm} \times 59,4 \text{ cm}$
 Die Hälfte von 84 cm ist 42 cm .
- c) (1) 1 m^2
 lange Seite: $118,8 \text{ cm}$, kurze Seite: 84 cm
 $84 \text{ cm} \cdot 118,8 \text{ cm} = 9979,2 \text{ cm}^2$
- (2.1) Der Flächeninhalt eines A2-Blattes beträgt 25 %
 eines A0-Blattes.

- (2.2) Der Flächeninhalt eines A0-Blattes beträgt 1600 % eines A4-Blattes.
- d) A7 mit Erklärung
Erklärung, zum Beispiel:
Halbierung der Flächeninhalte ausgehend von der Tabelle
-

4. a) Konstruktion
Vorüberlegungen:
Mittelpunktswinkel $\alpha = 360^\circ : 5 = 72^\circ$
Basiswinkel eines Teildreiecks $\beta = (180^\circ - 72^\circ) : 2 = 54^\circ$
Konstruktion:
Dreieck mit $a = 4 \text{ cm}$ mit $\alpha = 72^\circ$ und $\beta = \gamma = 54^\circ$
Kreis um M mit $r = |MA|$
Abtragen von 4 weiteren Strecken a und Verbinden zum Fünfeck
Konstruieren der Seitenmitten und Verbinden zum inneren Fünfeck

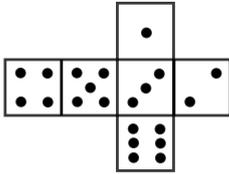
- b) Konstruktionsbeschreibung
-

5. a) (1) 30 %
(2) 25 %
(3) $33,\bar{3}\%$
- b) 36 Prüflinge
 $120 : 100 \cdot 30$
- c) 21 Prüflinge
 $120 : 100 \cdot 70 = 84$ oder $120 - 36 = 84$
 $84 : 100 \cdot 25$
- d) Sie hat nicht Recht, nur 62,5 % haben die Prüfung bestanden.
 $120 \cdot 0,7 \cdot 0,75 + 120 \cdot 0,3 \cdot 0,\bar{3}$
75 von 120
- e) z. B.:



-
6. a) (1) $\frac{8}{30}$ oder $\frac{4}{15}$
(2) $\frac{26}{30}$ oder $\frac{13}{15}$
- b) $\frac{5}{30} \cdot \frac{4}{29}$
- c) Er hat eine graue und eine grüne Kapsel gezogen .
- d) $\frac{8}{30} \cdot \frac{5}{29} + \frac{5}{30} \cdot \frac{8}{29}$
- e) 19
Ansatz, z. B. 25 Kapseln
- f) 30-mal
-

7. a) z. B.:



Würfelnetz

b) (1) 15 Augen

(2) 29 Augen

(3) 43 Augen

c) (1) 21 Würfel

$$297 : 14$$

(2) Augenzahl 3

$$297 : 14 = 21 \text{ Rest } 3$$

d) 28 Augen

sichtbar: $3 \cdot 1 \text{ Auge} + 3 \cdot 3 \text{ Augen} + 3 \cdot 4 \text{ Augen} + 2 \cdot 2 \text{ Augen}$

oder unsichtbar $3 \cdot 6 \text{ Augen} + 3 \cdot 5 \text{ Augen} + 1 \cdot 2 \text{ Augen}$

e) 104 Augen

untere Würfel: $4 \cdot (5 \text{ Augen} + 6 \text{ Augen}) = 44 \text{ Augen}$

obere Würfel: $4 \cdot (4 \text{ Augen} + 5 \text{ Augen} + 6 \text{ Augen}) = 60 \text{ Augen}$

LÖSUNGEN

AUFGABENGRUPPE C

1. a) (1) $x = 6$
 $1,5x = 9$
- (2) $x = -3$
 $12 + 3x - 15 = -6x - 12 - 18$
 $-3 + 3x = -6x - 30$
 $-3 + 9x = -30$
 $9x = -27$
- b) Angabe von a und c so, dass die Summe der beiden Seitenlängen 20 cm ergibt, z. B. $a = 8$ cm, $c = 12$ cm
 Einsetzen: $100 \text{ cm}^2 = \frac{a+c}{2} \cdot 10 \text{ cm}$
 Verdoppelung des Flächeninhaltes: $200 \text{ cm}^2 = (a+c) \cdot 10 \text{ cm}$
 Division durch die Höhe: $20 \text{ cm} = a+c$

2. a) sonstige Bestandteile: 2 g
 $25 \text{ g} - 2 \text{ g} - 15 \text{ g} - 4 \text{ g} - 2 \text{ g}$
- b) 3 g
 $15 \text{ g} : 5$
- c) 15 g entsprechen 60 %.
 25 g entsprechen 100 %.
 5 g entsprechen 20 %.
- d) richtiges Streifendiagramm mit Beschriftung
 Eiweiß: 1 cm
 Kohlenhydrate: 7,5 cm
 Fett: 2 cm
 Ballaststoffe: 1 cm
 sonstige Bestandteile: 1 cm
- e) 132 % entsprechen 33 g.
 100 % entsprechen 25 g.
 1 % entspricht 0,25 g.

3. a) (1) 5,99 €
 $50 \cdot 0,08 \text{ €} = 4 \text{ €}$
 $4 \text{ €} + 1,99 \text{ €}$
- (2) 3,00 €
 z. B. $0,14 \text{ €} - 0,08 \text{ €} = 0,06 \text{ €}$
 $50 \cdot 0,06 \text{ €}$
- b) 35 Fotos
 $7 \text{ €} - 1,99 \text{ €} = 5,01 \text{ €}$
 $5,01 \text{ €} : 0,14 \text{ €}$
 $501 : 14$
 $= 35,785 \dots$
- c) $x \cdot 0,07 \text{ €} + y \cdot 0,08 \text{ €} + 1,99 \text{ €}$
 $x \cdot 0,07 \text{ €} + y \cdot 0,08 \text{ €}$

- d) 15 cm
10 cm : 2 = 5 cm

-
4. a) Zeichnen des Quadrates
Zeichnen der Diagonalen $e = 5$ cm und Halbieren von e
Zeichnen der zweiten Diagonalen durch den Mittelpunkt
von e im rechten Winkel
- b) Konstruktion des Parallelogramms $ABCD$
Zeichnen der Seite $|AB| = a = 6,5$ cm und Antragen von β_1
Kreisbogen um B mit $r = f = 5$ cm
Parallele zu \overline{AB} durch Punkt D mit 6,5 cm
- c) (1) Konstruktion des Drachenvierecks $ABCD$
Zeichnen von $|AB| = a = 4$ cm und Antragen von $\alpha = 56^\circ$
Antragen von $\beta = 135^\circ$ an B
Abtragen von $d = 4$ cm
Antragen von $\delta = 135^\circ$ an D
- (2) $\gamma = 34^\circ$

-
5. a) korrekte Konstruktion des Firmenlogos
z. B.
Zeichnen der Strecke \overline{AB} mit $|AB| = 6$ cm
Antragen des Winkels 60° an B
Abtragen der Strecke \overline{BC} mit $|BC| = 6$ cm
Halbieren der Strecken $\overline{AB}(M_1)$ und $\overline{BC}(M_2)$
Parallele zur Strecke \overline{AB} durch M_2
mit einer Länge von 6 cm
Parallele zur Strecke \overline{BC} durch M_1
mit einer Länge von 6 cm
- b) Länge: 6,24 m Breite: 4,8 m
Messen der Strecke \overline{AC} (6 cm)
Messen der Strecke \overline{BE} (7,8 cm)
Umwandlung der beiden Strecken im vorgegebenen Maßstab:
 $6 \text{ cm} \cdot 80$
 $= 480 \text{ cm}$
 $7,8 \text{ cm} \cdot 80$
 $= 624 \text{ cm}$

-
6. a) Querschnittsfläche: $188,5 \text{ cm}^2$
Rechteck: $A_{\text{Rechteck}} = 18 \text{ cm} \cdot 12 \text{ cm}$
 $= 216 \text{ cm}^2$
Trapez: $h = 12 \text{ cm} - 7 \text{ cm} = 5 \text{ cm}$
 $A_{\text{Trapez}} = (8 \text{ cm} + 3 \text{ cm}) \cdot 5 \text{ cm} : 2$
 $= 27,5 \text{ cm}^2$
Querschnittsfläche: $216 \text{ cm}^2 - 27,5 \text{ cm}^2$
- b) Masse: 25 kg
Körperlänge: $h = 1,50 \text{ m} = 150 \text{ cm}$
 $V = G \cdot h$
 $V = 188,5 \text{ cm}^2 \cdot 150 \text{ cm}$
 $V = 28\,275 \text{ cm}^3$

$$\text{Masse: } 28\,275 \text{ cm}^3 \cdot 0,9 \text{ g/cm}^3$$

$$\text{Masse: } 25\,447,5 \text{ g}$$

7. a) (1) $p(\text{grau}) = \frac{7}{10}$ (= 70 %)
- (2) Antwortsatz: z. B. „Bei Glücksrad A ist die Gewinnwahrscheinlichkeit höher.“
 $p_A(\text{schwarz}) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \approx 33,33\%$
 $p_B(\text{schwarz}) = \frac{3}{10} = 30\%$
- b) (1) (grau, schwarz); (schwarz, grau); (grau, grau); (schwarz, schwarz)
- (2) $p(\text{schwarz, schwarz}) = \frac{6}{60}$ (= $\frac{1}{10} = 10\%$)
 $p(\text{schwarz, schwarz}) = \frac{2}{6} \cdot \frac{3}{10}$
- (3) $p(\text{grau, schwarz}) + p(\text{schwarz, grau}) = \frac{12}{60} + \frac{14}{60} = \frac{26}{60}$ ($\approx 43,33\%$)
 $p(\text{grau, schwarz}) = \frac{4}{6} \cdot \frac{3}{10} = \frac{12}{60}$
 $p(\text{schwarz, grau}) = \frac{2}{6} \cdot \frac{7}{10} = \frac{14}{60}$
 $p(\text{grau, schwarz}) + p(\text{schwarz, grau})$
- c) Glücksrad A hat 3 schwarze Felder, Glücksrad B hat 5 schwarze Felder.
oder: beide Glücksräder sind komplett einfarbig.
-