LÖSUNGEN **AUFGABENGRUPPE A**

---

1. a) $\mathbb{L} = \{-2; -1; 0; 1; \ldots\}$, denn

b) $\mathbb{L} = \mathbb{Z} = \mathbb{G}$, denn
1. Fall: $3 \cdot (x-7) = (x-3)(x-7)$
$x = 7$ oder $3 = x - 3$
$x = 7$ oder $x = 6$
2. Fall: $3 \cdot (x-7) < (x-3)(x-7)$
$x - 7 > 0$ und $3 < x - 3$ oder $x - 7 < 0$ und $3 > x - 3$
$x > 7$ und $x > 6$ oder $x < 7$ und $x < 6$
$x > 7$ oder $x < 6$

5 c) $\mathbb{L} = \{4; 5; 6; 8; 9; 10; \ldots\}$, denn
$(x-7)^2 > 0$ gilt immer für $x \neq 7$.
$x + 3 > 0$ und $x^2 - 9 > 0$ oder $x + 3 < 0$ und $x^2 - 9 < 0$
$x > -3$ und $x^2 - 9 > 0$ oder $x < -3$ und $x^2 - 9 < 0$
$x > 3$

d) $\mathbb{L} = \{-7; -6; -5; -4, -3\}$, denn
$(x-7)^2 > (x-7)^2 \cdot (x+7) \cdot (x+3)$
für $x > 7$ gilt:
$1 > (x+7) \cdot (x+3)$

---

2. a) Dreieck ACD ist gleichschenklig, also ist α als Außenwinkel
gleich der Summe 2δ der Basiswinkel.
$\epsilon = \beta : 2$ analog

b) Hinweise zur Konstruktion des Dreiecks ABC:
Strecke $\overline{DE} = a + b + c$ mit Kennzeichnung der Punkte D und E.
$\alpha : 2 = 21°$ an D
$\beta : 2 = 33°$ an E
Schnitt der freien Schenkel in C
Antragen von $\alpha : 2 = 21°$ in C (oder m_{DC})
schneidet Strecke $\overline{DE}$ in A
Antragen von $\beta : 2 = 33°$ in C (oder m_{CE})
schneidet Strecke $\overline{DE}$ in B

c) (1) Hinweise zur Konstruktion eines Dreiecks ABC:
Konstruktion eines möglichen Punktes C' z. B. als Umkreismittelpunkt des Dreiecks ABC

(2) Alle weiteren möglichen Punkte C' liegen auf einem Fasskreisbogen
um M durch A, B, C'.
Konstruktion des Umkreismittelpunktes M des Dreiecks ABC'

---

3. a) Zeichnung
Rechteck
Nach Thales liegt über jedem Durchmesser ein rechter Winkel.
Jedes Viereck mit vier rechten Winkeln ist ein Rechteck.

b) (1) Konstruktion des Dreiecks

Konstruktion dreier Thaleskreise

(2) In einem spitzwinkligen Dreieck liegt z. B. der Höhenfußpunkt H_a auf der Seite a. Das Dreieck AH_aC ist rechtwinklig.
Somit ist H_a der Schnittpunkt des Thaleskreises über $\overline{AC}$ mit a.
(für die anderen Schnittpunkte analog)

(3) In einem stumpfwinkligen Dreieck schneiden sich je zwei Thaleskreise in einem Höhenfußpunkt, der auf der Verlängerung der Dreiecksseite liegt.

(4) In einem rechtwinkligen Dreieck schneiden sich alle Höhenfußpunkte in der Ecke, die den Scheitel des rechten Winkels bildet.
Also schneiden sich dort auch alle drei Thaleskreise.

c) Die Diagonalen müssen senkrecht stehen.
Man setzt vier rechtwinklige Dreiecke entlang der Katheten zusammen.

d) Es müssten sich fünf rechte Winkel mit gemeinsamem Scheitel zu 360° ergänzen.

---

4. a) (1.1) $t_{RF} = \frac{60}{7}\text{s} \approx 8{,}57 \text{ s}$

$v_R = \frac{s}{t_R} = \frac{20\text{m}}{20\text{s}} = 1\frac{\text{m}}{\text{s}}$

$v_F = \frac{s}{t_F} = \frac{20\text{m}}{15\text{s}} = \frac{4}{3}\frac{\text{m}}{\text{s}}$

$v_{RF} = \frac{7}{3}\frac{\text{m}}{\text{s}}$

$t_{RF} = \frac{s}{v_{RF}} = \frac{20\text{m} \cdot 3\text{s}}{7\text{m}} = \frac{60\text{s}}{7}$

(1.2) $t_{RF} = \frac{s}{v_{rf}} = \frac{s}{v_R + v_F} = \frac{s}{\frac{s}{t_R} + \frac{s}{t_F}} = \frac{t_R t_F}{t_R + t_F}$

(2) $t_{FR} = 60 \text{ s}$

$t_{FR} = \frac{s}{v_{FR}} = \frac{s}{v_F - v_R} = \frac{s}{\frac{s}{t_F} - \frac{s}{t_R}} = \frac{t_R t_F}{t_R - t_F}$

b) $t_L = \frac{40\text{s}}{3} \approx 13{,}3 \text{ s}$

$t_{LR} = \frac{s}{\frac{s}{t_R} + \frac{s}{t_L}} = \frac{t_R t_L}{t_R + t_L}$

$t_L = \frac{t_{LR} t_R}{t_R - t_{LR}} = \frac{8\text{s} \cdot 20\text{s}}{20\text{s} - 8\text{s}} = \frac{40\text{s}}{3}$

---

5. a) (1) $a = 1$ (oder $a = -21$)
(2) $a = 2$ (oder $a = -22$)
(3) $a = -10$

b) (1) $y = (20 + x)$
(2) Äquivalenz von $(20 + (-20 - x)) \cdot ((-20 - x) : x) = 20 + x$ gezeigt
$(20 + (-20 - x)) \cdot ((-20 - x) : x)$
$-x \cdot (-20 : x - 1)$

c) (1) Die Werte $100 + x \cdot y$ sind Quadratzahlen.
(2) algebraische Herleitung und Begründung
$(20 + a) \cdot a : x = y$
$20a + a^2 = xy$
$100 + 20a + a^2 = 100 + xy$
$(10 + a)^2 = 100 + xy$
$(10 + a)^2$ ergibt für jede ganze Zahl a eine Quadratzahl.

---

6. a) (1) Es sind 80 Zuschauer.
$0{,}4n + 1 + 0{,}5n + 3 + 0{,}025n + 2 = n$
$0{,}925n + 6 = n$
$0{,}075n = 6$

(2) Der Anteil der Schüler steigt um ca. 2,4 Prozentpunkte.

$\frac{76}{78} \approx 0{,}974$

$\frac{76}{78} - \frac{76}{80} \approx 0{,}974 - 0{,}95 = 0{,}024$

b) (1) Der Anteil der Schüler sinkt auf ca. 92,3 %.

Vor der Halbierung sind es 120 Schüler und 5 Lehrer.

Der Anteil der Schüler nach der Halbierung beträgt $\frac{60}{65} = \frac{12}{13}$.

(2) $\frac{\frac{S}{2}}{\frac{S}{2} + L} = \frac{0{,}48n}{0{,}48n + 0{,}04n} = \frac{0{,}48}{0{,}52} = \frac{12}{13}$

$\frac{S}{S+L} = \frac{0{,}96n}{0{,}96n + 0{,}04n}$

(S: ursprüngl. Anzahl der Schüler, L: Anzahl der Lehrer)

---

7. a) (1) $x = \frac{7}{10}$

P („ja“) $= \frac{2}{3} \cdot x + \frac{1}{3} \cdot (1-x) = \frac{17}{30}$

$\frac{2}{3} \cdot x + \frac{1}{3} - \frac{1}{3}x = \frac{17}{30}$

$\frac{1}{3}x = \frac{7}{30}$

(2) $x = \frac{3}{10}$

P („ja“) $= \frac{1}{3} \cdot x + \frac{2}{3} \cdot (1-x) = \frac{17}{30}$

$\frac{1}{3} \cdot x + \frac{2}{3} - \frac{2}{3}x = \frac{17}{30}$

$-\frac{1}{3}x = -\frac{3}{30}$

(3) Einsetzen von $p = \frac{1}{2}$ ergibt die unwahre Aussage $\frac{1}{2} = \frac{17}{30}$

b) P („ja“) $= \frac{1}{2} \cdot x + (1 - \frac{1}{2}) \cdot 1 = w$

$\frac{1}{2} \cdot x + \frac{1}{2} = w$

$\frac{1}{2} \cdot x = w - \frac{1}{2}$

$x = 2w - 1$

Für jede Aufgabe ist die angegebene Gesamtpunktzahl sowie die Verteilung auf die Teilfragen verbindlich. Die angegebenen Teillösungen sind lediglich als Beispiele anzusehen. Für Teillösungen und Lösungsansätze sind Punkte zu gewähren. Bei Folgefehlern erfolgt kein erneuter Punktabzug. Von jeder Schülerin/jedem Schüler werden vier Aufgaben gewertet.

Teilpunkte **Punkte**

1. a) (1) $\mathbb{L} = \{\ldots; -3; -2; -1\}$
$5x - [4x - 10 - 5x] \leq 4$
$5x - 4x + 10 + 5x \leq 4$
$6x + 10 \leq 4$
$6x \leq -6$
$x \leq -1$
(2) $\mathbb{L} = \{3\}$ oder $x = 3$
$(x-3)(x+3) = x^2 - x - 6$
$x^2 - 9 = x^2 - x - 6$
$-9 = -x - 6$
$-3 = -x$
b) 2 kg Mandeln und 8 kg Walnüsse
z. B. $20x + 15(10 - x) = 160$
$20x + 150 - 15x = 160$
$5x = 10$
$x = 2$

---

2. a) (1) Hinweise zur Konstruktion des Sehnenvierecks $ABCD$ mit Beschriftung
Kreis mit $r = 4$ cm, A markieren.
$|AB| = 3{,}5$ cm.
$|DA| = 5$ cm.
Antragen von δ in D.
Schnittpunkt der Halbgeraden c mit Kreis ist C.
(2) Hinweise zur Konstruktion des Sehnenvierecks $ABCD$ mit Beschriftung
Kreis mit $r = 4$ cm, A markieren.
$|AB| = 4$ cm
$|BC| = 4$ cm
$|CD| = 4$ cm
b) $\overline{AC} = 2 \cdot r =$ Durchmesser des Kreises
$\beta = \delta = 90°$ (Satz des Thales)
$360° - 2 \cdot 90° = 180° = \alpha + \gamma$
c) (3) und (4)
bei mehr als zwei Lösungen

---

3. a) (1) $5^2 + 9^2 = 11^2$
$25 + 81 = 121$
$106 = 121$ / falsche Aussage (also keine pythagoräischen Tripel)
(2) $6^2 + 8^2 = 10^2$
$36 + 64 = 100$
$100 = 100$ / wahre Aussage (also pythagoräische Tripel)

(3) $11^2 + 60^2 = 61^2$
$121 + 3600 = 3721$
$3721 = 3721$ / wahre Aussage (also pythagoräische Tripel)

(b) (1) Das Zahlentripel lautet $(40|42|58)$
$a = 7^2 - 3^2 = 40$
$b = 2 \cdot 7 \cdot 3 = 42$
$c = 7^2 + 3^2 = 58$

(2) $m = 2; n = 1$

(3) z. B. $m = 5; n = 4$: $(9|40|41)$

(4) Beweis
$(m^2 - n^2)^2 + (2mn)^2 = (m^2 + n^2)^2$
$(m^2)^2 - 2m^2n^2 + (n^2)^2 + 4m^2n^2 = (m^2)^2 + 2m^2n^2 + (n^2)^2$

---

4. a) (1) 4 cm

(2) 72 Würfel − 64 Würfel = 8 Würfel

b) $a = 5$ cm
Volumen des großen Würfels: $(12 \text{ cm})^3 = 1728 \text{ cm}^3$
Volumen eines Würfels mit Kantenlänge 9 cm: $(9 \text{ cm})^3 = 729 \text{ cm}^3$
Volumen des Restkörpers: $729 \text{ cm}^3 - 1 \text{ cm}^3 = 728 \text{ cm}^3$
Volumen der acht kleinen Würfel: $1728 \text{ cm}^3 - 728 \text{ cm}^3 = 1000 \text{ cm}^3$
Volumen eines kleinen Würfels: $1000 \text{ cm}^3 : 8 = 125 \text{ cm}^3$

c) $a = 5$ cm
Oberfläche des großen Würfels: $6 \cdot (10 \text{ cm})^2 = 600 \text{ cm}^2$
sichtbare Flächen beider Würfel: $5 \cdot (10 \text{ cm})^2 + 4 \cdot a^2$
Ansatz zur Lösung (z. B. Gleichung): $600 \text{ cm}^2 = 500 \text{ cm}^2 + 4 \cdot a^2$

---

5. a) (1) 949 Mio. Euro
100 % − (15 % + 12 %) = 73 %
100 % entsprechen 1300 Mio. Euro.
1 % entspricht 13 Mio. Euro.

(2) rund 929 Mio. Euro
1 300 Mio. Euro entsprechen 140 %.
$1\,300 \cdot 100 : 140$
928,57…

(3) Rita hat nicht recht. Es sind mehr als 3 Wochen.
$360 \cdot 1{,}5 = 540$ Stunden
$540 : 24 = 22{,}5$ Tage
$22{,}5 : 7 = 3$ Wochen und 1,5 Tage
alternativ:
$365 \cdot 1{,}5 = 547{,}5$
$547{,}5 : 24 \approx 22{,}8$

(4) Nachweis für rund 8 min:
90 Minuten entsprechen 110 %.
$90 \cdot 100 : 110$
81,81… Minuten

b) (1) 15 %
$0{,}6 : 4$ oder $0{,}6 \cdot 0{,}25$

(2) (A)

---

6. a) 832 €
2600 kWh · 32 Cent/kWh

			83200 Cent
	b)		3800 kWh
			940 € : 0,25 €/kWh
			3760 kWh
	c)	(1)	Der Jahresstrombedarf hat sich um 26 % verringert.
			3500 kWh − 2600 kWh = 900 kWh
			900 kWh von 3500 kWh
			≈ 25,7 %
		(2)	„Kim hat nicht recht." mit Begründung.
			100 % − 26 % = 74 %
			74 % von 970 €
			717,80 € (≠ 790 €)
			alternativ
			1 − 790 : 970 ≈ 19 %
	d)		„Der Stromverbrauch ist *gut*." mit Begründung.
			19200 : 6 : 4 = 800 kWh/Jahr/Person
7.	a)	(1)	dreistufiges Baumdiagramm mit Wahrscheinlichkeiten. Die Wahrscheinlichkeit jedes Astes ist 0,5.
		(2.1)	$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$ oder $\frac{1}{8}$
		(2.2)	$3 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$ oder $\frac{3}{8}$
		(2.3)	$4 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$ oder $1 - \left(\frac{1}{8} + \frac{3}{8}\right)$ oder $\frac{1}{2}$
		(2.4)	$\frac{3}{8} + \frac{1}{2}$ oder $1 - \frac{1}{8}$ oder $\frac{7}{8}$
	b)		$1 - \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4}$ oder $1 - \frac{1}{64}$ oder $\frac{63}{64}$

LÖSUNGEN/BEWERTUNGEN **AUFGABENGRUPPE C**

Für jede Aufgabe ist die angegebene Gesamtpunktzahl sowie die Verteilung auf die Teilfragen verbindlich. Die angegebenen Teillösungen sind lediglich als Beispiele anzusehen. Für Teillösungen und Lösungsansätze sind Punkte zu gewähren. Bei Folgefehlern erfolgt kein erneuter Punktabzug. Von jeder Schülerin/jedem Schüler werden vier Aufgaben gewertet.

Teilpunkte **Punkte**

1. a) (1) $x = -2{,}4$
$32 + 9x = -x + 8$
$32 + 10x = 8$
$10x = -24$
(2) $x = 28$
$6{,}5x - 2{,}5 = -2{,}1 + 2{,}4 + 6{,}4x$
$6{,}5x - 2{,}5 = 0{,}3 + 6{,}4x$
$0{,}1x - 2{,}5 = 0{,}3$
$0{,}1x = 2{,}8$
b) $\square = -3$
$\triangle - 12$

2. a) Antwort „Frau Förster hat nicht recht.“ mit Rechnung
Neuer Tarif :
$3480 \cdot 25$ ct
$= 87\,000$ ct
$87\,000$ ct $= 870$ €
870 € $+ 95{,}40$ €
$965{,}40$ €

b) $82\ \mathrm{m}^3$
$5{,}11$ € $\cdot\ 12$
$= 61{,}32$ €
$193,\ 34$ € $-\ 61{,}32$ €
$= 132{,}02$ €
$132{,}02$ € $:\ 1{,}61$ €$/\mathrm{m}^3$
c) $1475{,}60$ €
100 % entsprechen 1240 €.
1 % entspricht 12,40 €.
19 % entspricht 235,60 €.

3. a) Antwort „Die Behauptung ist falsch.“ mit Rechnung
z. B.
$5 \cdot 820$ Personen $= 4100$ Personen
$141\,000$ Personen $+ 4100$ Personen $= 145\,100$ Personen
alternativ:
$144\,000 - 139\,000 = 5000$
$5000 : 5 = 1000$

b) $18\,000$ Einwohner
$144\,000$ Einwohner $: 8$
$18\,000$ Einwohner
$18\,000$ Einwohner $\cdot\ 7$

		$= 126\,000$ Einwohner
		$144\,000 - 126\,000$
	c)	$159\,030$ Personen
		100 % entsprechen $155\,000$ Personen.
		1 % entspricht 1550 Personen.
		2,6 % entsprechen 4030 Personen.
	d)	niedrigste Einwohnerzahl: $154\,500$
		höchste Einwohnerzahl: $155\,499$
4.	a) (1)	korrekte Planfigur
	(2)	Konstruktion des Dreiecks ABC mit Beschriftung
		Zeichnen der Seite a und $\beta = 40°$
		Antragen von $\gamma = 60°$
	b)	Antwort „Tina hat recht." mit Begründung
		z. B. „Die Seite c muss kürzer als die Summe von a und b sein."
	c)	Berechnung von $h = 5$ cm
		$A = \frac{c \cdot h}{2}$
		$2 \cdot A = c \cdot h$
		$30 \text{ cm}^2 = 6 \text{ cm} \cdot h$
		Konstruktion des Dreiecks ABC mit Beschriftung
		Zeichnen der Seite c und Halbierung
		Vorhergehendes und Zeichnen der Höhe h
5.	a)	$h = 1{,}5$ cm
	b)	$A = 18 \text{ cm}^2$
		1. Reihe: $A_1 = 2 \text{ cm} \cdot 1{,}5 \text{ cm} = 3 \text{ cm}^2$
		2. Reihe: Länge $a = 6 \text{ cm} - 2 \text{ cm} = 4 \text{ cm}$
		$A_2 = 4 \text{ cm} \cdot 1{,}5 \text{ cm} = 6 \text{ cm}^2$
		3. Reihe: $A_3 = 6 \text{ cm} \cdot 1{,}5 \text{ cm} = 9 \text{ cm}^2$
	c)	korrektes Übertragen der gegebenen Figur
		korrekte Ergänzung einer vierten Reihe mit der Länge 8 cm
	d)	$A = 69 \text{ cm}^2$
		$A = 23 \cdot 3 \text{ cm}^2$
	e)	7 Rechtecke
		Eine Lösungsstrategie muss erkennbar sein.
		z. B. $(3 + 6 + 9 + 12 + \ldots) \text{ cm}^2 = 84 \text{ cm}^2$
6.	a) (1)	44 m^2
		$A_{\text{Quadrat}} = 4 \text{ m} \cdot 4 \text{ m}$
		$A_{\text{Quadrat}} = 16 \text{ m}^2$
		$A_{\text{Dreieck}} = \frac{4\,\text{m} \cdot 3{,}5\,\text{m}}{2}$
		$A_{\text{Dreieck}} = 7 \text{ m}^2$
		$4 \cdot 7 \text{ m}^2 = 28 \text{ m}^2$
		$28 \text{ m}^2 + 16 \text{ m}^2$
	(2)	1534,40 €
		$44 \text{ m}^2 \cdot 12 = 528 \text{ m}^2$
		$528 \text{ m}^2 + 20 \text{ m}^2 = 548 \text{ m}^2$
		$548 \text{ m}^2 \cdot 2{,}80$ €/m²

b) (1) Antwort: „Es passen 18 Isomatten in ein Zelt.“
z. B.
4 m : 0,5 m = 8
4 m : 1,75 m
$2,285\ldots \approx 2$
$8 \cdot 2$
In den Rest (0,5 m · 4 m) passen noch 2 Isomatten.

(2) frei bleibender Rest: 0,5 m · 0,5 m = 0,25 m^2

---

7. a) 6 und 12

b) 18

c) $p = \frac{1}{36}$

d) $p = \frac{17}{36}$
17 Möglichkeiten

e) $\frac{10}{36} \cdot \frac{8}{36} = \frac{80}{1296} = \frac{5}{108}$
1. Runde : $\frac{10}{36}$
2. Runde: $\frac{8}{36}$

f) $\frac{11}{36}$
Simon kann nicht gewinnen.
Toni muss mindestens 16 Punkte würfeln.
11 Möglichkeiten

g) 4
$\frac{1}{12} = \frac{3}{36}$
