

AUFGABENGRUPPE A

07.03.2018

Hinweis: Von jeder Schülerin/jedem Schüler werden vier Aufgaben gewertet. Werden mehr als vier Aufgaben bearbeitet, so werden die mit der besten Punktzahl berücksichtigt.

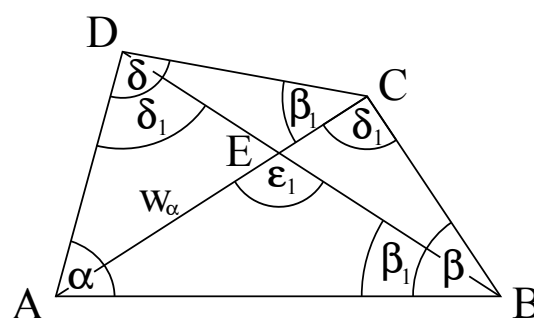
1. Gib die Lösungsmenge jeweils in aufzählender Form an; $\mathbb{G} = \mathbb{Z} = \{\dots; -2; -1; 0; 1; 2; \dots\}$.

- a) $(x + 1)^3 = 27$
- b) $[(x - 3) \cdot (x + 3)]^3 < 27$
- c) $(x - 9)^3 \cdot (x - 3)^2 \geq 0$
- d) $(x - 3)^3 \cdot (x^3 + 27) < 0$

2. In die folgenden Figuren soll jeweils eine Raute so einbeschrieben werden, dass die Eckpunkte der Raute bestimmten Bedingungen genügen.

- a) Konstruiere ein Parallelogramm $ABCD$ mit $a = |AB| = 8 \text{ cm}$, $\alpha = 65^\circ$ und $d = |AD| = 5 \text{ cm}$. Konstruiere darin eine Raute $AB'C'D$, d. h. mit \overline{AD} als einer Seite der Raute und mit B' auf \overline{AB} sowie mit C' auf \overline{CD} .
- b) Konstruiere ein Rechteck $ABCD$ mit $a = |AB| = 6,4 \text{ cm}$, $b = |BC| = 3,5 \text{ cm}$. Konstruiere darin eine Raute $AB'CD'$, d. h. mit A und C als Eckpunkten der Raute und mit B' auf \overline{AB} sowie mit D' auf \overline{CD} .
- c) (1) Konstruiere ein Dreieck ABC mit $a = 8 \text{ cm}$, $b = 5 \text{ cm}$, $c = 10 \text{ cm}$. Konstruiere darin eine Raute $AB'C'D'$, d. h. mit A als einem Eckpunkt der Raute sowie mit B' auf \overline{AB} , C' auf \overline{BC} und D' auf \overline{AC} .
(2) Beschreibe die Konstruktion dieser Raute.

3. Im nebenstehenden Viereck $ABCD$ ist \overline{AC} die Winkelhalbierende w_α . Des weiteren sind die Winkel $\sphericalangle DBA$ und $\sphericalangle DCA$ gleich groß und werden mit β_1 bezeichnet. Ebenso sind die Winkel $\sphericalangle ADB$ und $\sphericalangle ACB$ gleich groß und werden mit δ_1 bezeichnet. Die Diagonalen schneiden sich im Punkt E .



- a) Zunächst sind $\alpha = 80^\circ$ und $\epsilon_1 = 100^\circ$. Zeige:
 - (1) \overline{BD} halbiert β .
 - (2) Die Dreiecke AED und EBC sind kongruent.
 - (3) $ABCD$ ist ein symmetrisches Trapez.
- b) Weise nach, dass stets gilt: $|DC| = |CB|$.
- c) Nun ist $\epsilon_1 = 90^\circ$. Begründe:
 - (1) Das Viereck $ABCD$ ist ein Drachenviereck.
 - (2) Die vier durch die Diagonalen entstehenden Teildreiecke des Drachenvierecks sind alle winkeligleich.

4. Man bestimmt die Zahlen a , b und c folgendermaßen:

$a = 5 + x$, $b = 5 - x$ und $c = 5x$.

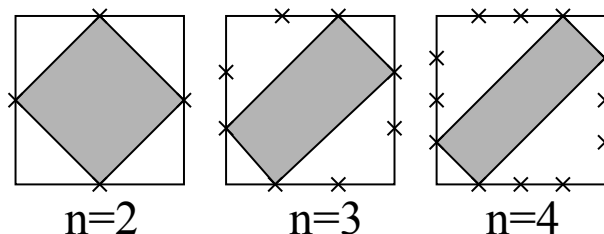
Dabei ist x eine rationale Zahl.

- a) Sortiere a , b , c von klein nach groß für $x = 2$.
- b) Für welche x gilt: $c < a < b$?
- c) Gib zwei Werte für x an, sodass gilt: $b < c < a$.
- d) Gibt es eine Zahl x , sodass gilt: $a = b = c$? Begründe.
- e) Weise nach, dass $a < c < b$ nicht möglich ist.
- f) Gib einen Term d an, sodass für alle $x > 0$ gilt: $d < a$ und $d < b$.

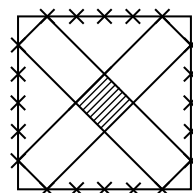
5. Bäcker Bernd backt große, kleine und mittlere Brezeln. Dafür berechnet er sich die benötigte Menge an Mehl aus einem alten Familienrezept. Für eine kleine Brezel nimmt er 35 g Mehl, für eine mittlere Brezel 50 g, für eine große Brezel 60 g.

- Wie viele große Brezeln könnte er aus den Zutaten für 20 kleine und 10 mittlere Brezeln backen?
- Bäcker Bernd hat pro Tag 10,2 kg Mehl für die Brezeln zur Verfügung. Bestimme nachfolgend für jeden Tag die jeweilige Anzahl der drei Brezelarten.
 - Montags sollen gleich viele kleine wie mittlere Brezeln gebacken werden, aber keine großen.
 - Dienstags sollen keine mittleren Brezeln gebacken werden, dafür aber viermal so viele kleine wie große.
 - Mittwochs sollen 12 % kleine, 60 % mittlere und 28 % große Brezeln gebacken werden.
 - Am Donnerstag sollen insgesamt 200 Brezeln gebacken werden. Gib zwei Möglichkeiten an, wenn immer alle drei Brezelgrößen gebacken werden sollen.
- Am Freitag hat er nur kleine und große Brezeln gebacken. Er bemerkt, dass er mit der gleichen Menge Mehl genauso viele mittlere Brezeln hätte backen können. Bestimme, wie viel Prozent kleine und wie viel Prozent große Brezeln er gebacken hat.

6. Die Seiten eines Quadrats mit der Seitenlänge 1 werden in $n = 2; 3; 4$ usw. gleichgroße Teilstücke zerlegt. In das Quadrat wird dann diagonal ein (graues) Rechteck mit der Größe der Fläche A_n so einbeschrieben, dass die Eckpunkte der kürzeren Seite benachbarte Zerlegungspunkte sind.



- Gib für $n = 2, n = 3$ und $n = 4$ den Wert von A_n an.
- Ab welchem n ist A_n kleiner als $\frac{1}{4}$? Begründe.
- Gib einen Term in Abhängigkeit von n an, der die Größe von A_n beschreibt.
- Für welches n ist $A_n = \frac{9}{50}$? Begründe.
- Begründe für beliebige n : Die Größe der Fläche des schraffierten Quadrates ist $\frac{2}{n^2}$.



7. In der 8a sind 12 Mädchen und 18 Jungen (immer alle anwesend). Sie haben von Montag bis Freitag jeden Tag eine Stunde Mathe. Mathelehrer Meier würfelt mit Hilfe eines Würfels mit 30 Flächen anhand der durchnummerierten Klassenliste jede Stunde ein Kind aus, das die täglichen Hausaufgaben präsentieren muss. Dabei kann ein Kind auch wiederholt ausgewürfelt werden.



- Bestimme die Wahrscheinlichkeit dafür, dass in dieser Woche
 - nur Jungen ausgewürfelt werden,
 - die Reihenfolge Junge-Mädchen-Junge-Mädchen-Junge ist,
 - abwechselnd Jungen und Mädchen ausgewürfelt werden,
 - fünf verschiedene Jungen ausgewürfelt werden,
 - am Freitag ein Mädchen ausgewürfelt wird.
- Welches Ereignis in dieser Woche kann mit der Wahrscheinlichkeit $1 - \left(\frac{12}{30}\right)^5$ berechnet werden?
- Pascal wurde am Donnerstag bereits das zweite Mal in dieser Woche ausgewürfelt. Die Wahrscheinlichkeit hierfür beträgt $3 \cdot \left(\frac{29}{30}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{30}\right)^2$. Begründe die einzelnen Faktoren dieses Terms.

(Beachte: Die Ergebnisse können als Produkt, Summe oder Potenz angegeben werden.)

AUFGABENGRUPPE B

07.03.2018

Hinweis: Von jeder Schülerin/jedem Schüler werden vier Aufgaben gewertet. Werden mehr als vier Aufgaben bearbeitet, so werden die mit der besten Punktzahl berücksichtigt.

1. a) Gib die Lösungsmenge jeweils in aufzählender Form an; $\mathbb{G} = \mathbb{Z} = \{\dots; -2; -1; 0; 1; 2; \dots\}$.
 (1) $-2x + 17 - (2 + 7x) = -12$ (2) $3x + 8 \leq \frac{-5x - 2}{4}$

b) Stelle die Formeln jeweils nach a um.

(1) $U = 2 \cdot (a + b)$ (2) $A = \frac{a + c}{2} \cdot h$

2. a) (1) Nicht immer lässt sich aus drei gegebenen Längen ein Dreieck konstruieren. Begründe, warum man aus den Längen $a = 9$ cm, $b = 6$ cm und $c = 2$ cm kein Dreieck konstruieren kann.

(2) Gib in den Teilaufgaben (2.1) bis (2.4) jeweils eine Länge für c an, sodass die Bedingungen in der Tabelle erfüllt sind.

	(2.1)	(2.2)	(2.3)	(2.4)
a [cm]	5	5	5	5
b [cm]	8	8	8	8
c [cm]	$< a$	$> b$	$< a$	$> b$
Dreieck konstruierbar	ja	ja	nein	nein

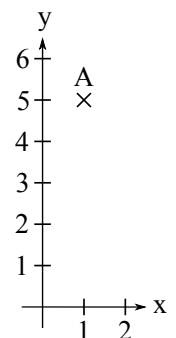
b) Gegeben ist ein Dreieck ABC mit $a = 4$ cm, $c = 6$ cm und dem Umfang $U = 15$ cm. Verlängert man die Seite c über A hinaus um die Länge der Seite b , so erhält man den Punkt A' . Wird die Seite c über B hinaus um die Länge der Seite a verlängert, so ergibt sich der Punkt B' .

- (1) Konstruiere das Dreieck $A'B'C$.
 (2) Vergleiche die Länge der Seite $\overline{A'B'}$ mit dem Umfang des Dreiecks ABC .
 (3) In einer entsprechenden Figur ist die Strecke $|A'B'| = 8,5$ cm. Mit welcher der angegebenen Längen lässt sich ein Dreieck konstruieren?
 Notiere den Lösungsbuchstaben auf das Reinschriftpapier.
 (A) $c = 4$ cm (B) $c = 4,25$ cm (C) $c = 4,5$ cm

3. Die 20 Schülerinnen und Schüler der Klasse 8a möchten ihren Klassenraum verschönern. Es sollen die Türen, die Wände und die Decke renoviert werden.

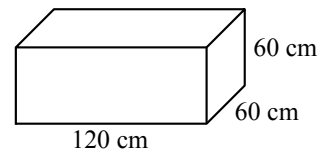
- a) Es werden drei Schülergruppen gebildet. Jede Schülergruppe soll aus mindestens 5 Personen bestehen. Man kann z.B. zwei 6er-Gruppen und eine 8er-Gruppe bilden. Notiere die vier anderen Aufteilungsmöglichkeiten.
 b) Es stehen verschiedene Farben für die Renovierung zur Verfügung. Für die Tür kann aus 4 Farben, für die Wand aus 3 Farben und für die Decke aus 2 Farben ausgewählt werden. Wie viele verschiedene Farbkombinationen sind möglich?
 c) Drei Väter wollen vorab die alte Farbe entfernen. Sie beginnen ihre Arbeit um 10 Uhr und rechnen mit einem Arbeitsende um 16 Uhr. Nach 2 Stunden fällt ein Vater aus. Berechne, wann jetzt mit dem Arbeitsende zu rechnen ist.
 d) Die Farbe für die Decke wird in 10 Liter-Eimern eingekauft. Für einen Quadratmeter benötigt man 0,3 Liter Farbe für einen Anstrich. Die rechteckige Decke muss zweimal gestrichen werden. Der Klassenraum ist 9,10 m breit und 8,20 m lang. Berechne, wie viele Eimer Deckenfarbe gekauft werden müssen.

4. a) Trage die Punkte $A(1|5)$, $B(1|1)$, $C(9|3)$ in ein Koordinatensystem mit der Einheit 1 cm ein. Verbinde die Punkte zum Dreieck ABC .
 b) Spiegle das Dreieck ABC an der Geraden g , die durch die Punkte $D(5|0)$ und $E(5|6)$ verläuft. Benenne die Bildpunkte mit A' , B' und C' .
 c) Die Strecken \overline{AC} und $\overline{A'C'}$ schneiden sich im Punkt G , die Strecken \overline{BC} und $\overline{B'C'}$ im Punkt H .



- (1) Berechne den Flächeninhalt des Sechsecks $ABHB'A'G$.
 (2) Wie weit muss in einer entsprechenden Figur die Gerade g nach rechts verschoben werden, damit der Flächeninhalt des Sechsecks $ABHB''A''G$ eine Größe von 30 cm^2 hat?

5. Ein Paket hat die angegebenen Maße.



- a) Berechne das Volumen des Pakets. Gib das Ergebnis in Litern an.
- b) Paula hat ein mehrbändiges Lexikon, das aus 35 Büchern (Maße eines Buches: $25\text{ cm} \times 20\text{ cm} \times 6\text{ cm}$) besteht.
- (1) Begründe, dass alle Bücher in das Paket passen, z. B. durch Rechnung.
 - (2) Das Paket darf aber nur mit $31,5\text{ kg}$ beladen werden. Paula weiß, dass 1 dm^3 Papier 800 g wiegt. Berechne die Anzahl der Bücher, die Paula in das Paket legen darf.
- c) Tom möchte 50 kleinere gleiche Kartons in dem großen Paket verschicken. Dabei soll das Gesamtvolumen des Pakets vollständig ausgefüllt werden. Gib mögliche Außenmaße eines kleinen Kartons an.
- d) Kim bepackt ein Paket mit 1000 kleinen quaderförmigen Kartons, sodass das Paket vollständig gefüllt ist. Wie viele kleine Kartons passen in ein anderes Paket, wenn
- (1) Länge *und* Breite des Pakets halbiert werden?
 - (2) Länge, Breite *und* Höhe des Pakets verdoppelt sowie Länge, Breite *und* Höhe der kleinen Kartons halbiert werden?
6. Ein 16-jähriger Schüler hat in einem Sportgeschäft im österreichischen Saalbach $18\,600\text{ €}$ gefunden. Nach österreichischem Recht stehen einem „Finder“ bis zu einem Betrag von 2000 € immerhin 10% Finderlohn und für alles darüber noch 5% Finderlohn zu. In Deutschland gibt es bis 500 € einen Finderlohn von 5% und darüber hinaus 3% .
- a) Berechne, welchen Finderlohn der Schüler in Österreich bekommen hat?
- b) Wie hoch wäre der Finderlohn bei der gleichen Summe in Deutschland?
- c) Findet man in Deutschland etwas in öffentlichen Verkehrsmitteln, gelten Sonderregelungen. Ist die Fundsache weniger als 50 € wert, so gibt es keinen Finderlohn. Ansonsten bekommt man immerhin die Hälfte des gesetzlichen Finderlohnes.
- (1) Joshua behauptet: „Das wäre ja in diesem Fall weniger als ein Viertel dessen, was der Schüler in Österreich als Finderlohn bekommen hat.“ Hat Joshua Recht? Begründe.
 - (2) Jemand findet Geld in einer Straßenbahn in Deutschland, gibt es ab und erhält $72,50\text{ €}$ Finderlohn. Wie hoch war der gefundene Geldbetrag?
7. Für den Osterbasar bereitet die Klasse 8a Mini-Päckchen mit Fruchtgummi-Ostermischungen vor. Dazu stehen ihnen Fruchtgummis in Eier-(E), Hasen-(H), Blumen-(B) und Kükenform (K) zur Verfügung. Jedes Mini-Päckchen soll genau drei Fruchtgummis enthalten. Pauline, Florian, Jasmin und Jan füllen die Päckchen wie folgt:
- Pauline befüllt sie mit drei verschiedenen Fruchtgummis.
 - Florian befüllt sie jeweils mit genau einem Fruchtgummi in Kükenform.
 - Jasmin befüllt sie mit mindestens einem Fruchtgummi in Hasenform.
 - Jan befüllt sie mit höchstens einem Fruchtgummi in Blumenform.
- Tipp: Verwende z.B. für ein Päckchen mit 2 Hasenformen und einer Kükenform die Schreibweise HHK (Reihenfolge der Buchstaben ist egal).
- a) Gib alle Möglichkeiten an, die Pauline hat.
- b) Schreibe alle Möglichkeiten auf, wie Florian seine Päckchen befüllt.
- c) Wie viele verschiedene Möglichkeiten stehen Jasmin zur Verfügung?
- d) (1) Nenne alle 16 Möglichkeiten, wie Jan seine Päckchen befüllt haben kann.
(2) Welche dieser Päckchen können von niemand anderem als von Jan befüllt worden sein?
- e) Nadja behauptet: „Wenn ich ein zufällig ausgewähltes Mini-Päckchen öffne, weiß ich anhand des Inhalts sofort, wer es befüllt hat.“ Hat Nadja Recht? Begründe.

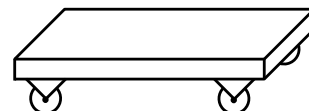
AUFGABENGRUPPE C

07.03.2018

Hinweis: Von jeder Schülerin/jedem Schüler werden vier Aufgaben gewertet. Werden mehr als vier Aufgaben bearbeitet, so werden die mit der besten Punktzahl berücksichtigt.

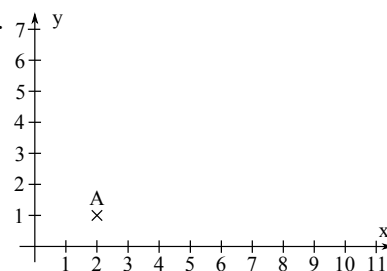
1. a) Fasse den nachfolgenden Term so weit wie möglich zusammen: $5 + 4x + 8y + 12 + 15y - 12x$
 b) Berechne den Wert des nachfolgenden Terms für $x = 8$ und $y = 10$: $0,5x - 0,25y$
 c) Gib ein Beispiel für x und y an, damit der nachfolgende Term den Wert 23 annimmt: $5x + 2y$
 d) Berechne x : $3 \cdot (4x + 6) = 9x + 42 - 3x$

2. Kim nimmt an einem Konstruktionswettbewerb teil. Dazu baut sie einen Rollwagen, der aus einer Holzplatte und vier Rollen besteht. Die Holzplatte für den Rollwagen hat eine Länge von 135 cm, eine Breite von 90 cm und eine Höhe von 2 cm.



- a) Kim möchte vor dem Bauen die obere Fläche der Holzplatte streichen. Im Keller findet sie eine angebrochene Farbdose, die noch zu $\frac{1}{4}$ gefüllt ist. Auf der Dose steht, dass der Inhalt für 6 m^2 reicht. Berechne, ob die Farbe ausreicht. Notiere einen Antwortsatz.
- b) Für den Wettbewerb darf ein Rollwagen nicht mehr als 15 kg (ohne Anstrich) wiegen. Eine Rolle mit Befestigung wiegt 450 g, ein cm^3 Holz 0,47 g. Überprüfe durch Rechnung, ob Kims Rollwagen den Vorgaben entspricht. Notiere einen Antwortsatz.

3. a) Zeichne in ein Koordinatensystem die Punkte $A(2|1)$, $B(6|1)$, $C(8|5)$ und $D(4|5)$ ein (1 Einheit entspricht 1 cm). Benenne die Punkte und verbinde sie zum Parallelogramm $ABCD$.
 b) Berechne den Flächeninhalt des Parallelogramms $ABCD$.
 c) Bestimme den Umfang des Parallelogramms $ABCD$.



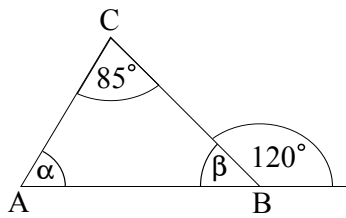
- d) (1) Durch Verschiebung des Parallelogramms $ABCD$ entsteht das Parallelogramm $A'B'C'D'$. Der Bildpunkt A' hat die Koordinaten $(5|3)$. Zeichne das Parallelogramm $A'B'C'D'$.
 (2) Die Flächen der beiden Parallelogramme überschneiden sich (Schnittfläche). Gib den Anteil der Schnittfläche an der Fläche des Parallelogramms $ABCD$ an.

4. Beim Versand von einzelnen Briefen zahlt man bei der Post je nach Größe und Gewicht unterschiedliche Versandgebühren, genannt Porto (siehe abgebildete Tabelle).

	Mindestmaße (Länge \times Breite)	Höchstmaße (Länge \times Breite \times Höhe)	Höchstgewicht	Porto
Standardbrief	140 mm \times 90 mm	235 mm \times 125 mm \times 5 mm	20 g	0,70 €
Kompaktbrief	100 mm \times 70 mm	235 mm \times 125 mm \times 10 mm	50 g	0,85 €
Großbrief	100 mm \times 70 mm	353 mm \times 250 mm \times 20 mm	500 g	1,45 €
Maxibrief	100 mm \times 70 mm	353 mm \times 250 mm \times 50 mm	1000 g	2,60 €

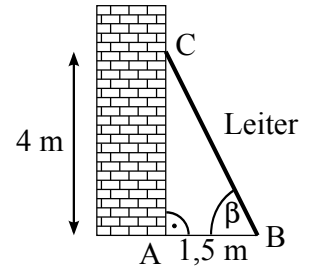
- a) Kathrin gibt drei Standardbriefe und einen Maxibrief auf. Berechne, wie viel Euro Porto sie dafür insgesamt zahlen muss.
- b) Karl gibt einen 15 g schweren Brief mit den Maßen 160 mm \times 115 mm \times 1 mm und einen 19 g schweren Brief mit den Maßen 160 mm \times 115 mm \times 7 mm auf. Berechne, wie viel Euro Porto er dafür insgesamt zahlen muss.
- c) Kaja stellt fest, dass 500 DIN-A4-Blätter 2600 g wiegen. In einem 4 g schweren Briefumschlag möchte sie sechs (passend gefaltete) DIN-A4-Blätter verschicken. Berechne, wie viel Euro Porto Kaja für diesen Brief bezahlen muss.
- d) Kevin hat Großbriefe und Standardbriefe aufgegeben. Für das Porto zahlte er insgesamt 7,10 €. Gib an, wie viele Großbriefe und Standardbriefe Kevin aufgegeben hat.
- e) Überprüfe, ob die Zuordnung Höchstgewicht (in g) \rightarrow Porto (in €) proportional ist. Begründe deine Antwort.

5. a)



Berechne den Winkel α im abgebildeten Dreieck ABC .

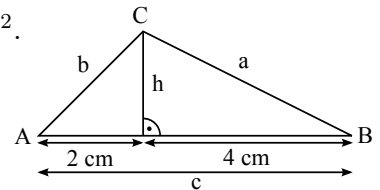
- b) Für das Anstellen einer Leiter wird ein Anstellwinkel β empfohlen, der zwischen 65° und 75° liegen sollte. Herr Wolf möchte seine Hauswand streichen. Dazu lehnt er seine Leiter so an, dass sie am Boden einen Abstand von 1,50 m zur Hauswand hat. Dadurch erreicht die Leiter eine Höhe von 4 m an der Hauswand.



- (1) Fertige eine maßstabsgerechte Zeichnung des Dreiecks ABC an (1 m entspricht 1 cm).
- (2) Miss den Anstellwinkel β und notiere ihn.
Ist die Standsicherheit gegeben? Notiere einen Antwortsatz.

- c) Das abgebildete Dreieck ABC hat einen Flächeninhalt von 12 cm^2 .

- (1) Berechne die Höhe h .
- (2) Konstruiere das Dreieck ABC und beschrifte die Eckpunkte.

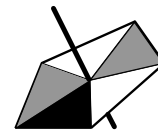


6. Die Beethoven-Schule hat in diesem Jahr ein Schulfest veranstaltet. Von den Einnahmen wurden die Ausgaben abgezogen. Der verbleibende Gewinn soll auf 5 Bereiche verteilt werden. Die nachfolgende Tabelle gibt die geplante Gewinnaufteilung an.

Bereich	Cafeteria	Schülerrat	Schulhof AG	Spielgeräte	Förderverein
Gewinn	32 %	12 %	22 %	15 %	

- a) Gib an, wie viel Prozent des Gewinns der Förderverein erhalten soll.
- b) Stelle die geplante Gewinnaufteilung in einem Streifendiagramm mit einer Länge von 10 cm dar. Beschrifte das Streifendiagramm.
- c) Die Mitglieder des Schülerrates haben berechnet, dass der Schülerrat bei dieser Gewinnaufteilung einen Betrag von 192 € bekommt.
 - (1) Berechne, wie hoch der Gewinn (in €) bei diesem Schulfest insgesamt war.
 - (2) Beim letzten Schulfest hat der Schülerrat einen Betrag von 240 € bekommen. Berechne, um wie viel Prozent der Betrag für den Schülerrat diesmal im Vergleich zum letzten Mal gesunken ist.
- d) Der Schulleiter schlägt dem Schülerrat vor, dass der Schülerrat $\frac{1}{8}$ des Gewinns des diesjährigen Schulfestes erhält. Sollte der Schülerrat auf diesen Vorschlag eingehen? Begründe rechnerisch.

7. a) Im Bild siehst du einen Kreisel mit 5 gleich großen Feldern.



- (1) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass der Kreisel auf der schwarzen Seite liegen bleibt?
 - (2) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass er auf einer weißen Seite liegen bleibt?
 - (3) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass er nicht auf einer grauen Seite liegen bleibt?
 - (4) Formuliere ein Ereignis, das die Wahrscheinlichkeit $\frac{4}{5}$ hat.
- b) Die Wahrscheinlichkeiten des Kreisels für die Farben schwarz, grau und weiß sollen auf einen neuen Kreisel mit 15 gleich großen Feldern übertragen werden. Gib die Anzahl der schwarzen und grauen Felder für diesen neuen Kreisel an.
- c) Ein anderer Kreisel hat die Farben rot, blau und grün auf seinen Flächen. Die Farbe rot hat eine Wahrscheinlichkeit von $\frac{1}{2}$ und die Farbe blau hat eine Wahrscheinlichkeit von $\frac{1}{3}$.
Berechne die Wahrscheinlichkeit der Farbe grün.