LÖSUNGEN **AUFGABENGRUPPE A**

1.

a) $\mathbb{L} = \{2\}$ oder $x = 2$
$x + 1 = 3$

b) $\mathbb{L} = \{-3; -2; -1; 0; 1; 2; 3\}$
$(x^2 - 9)^3 < 27$ (oder $(x-3)(x+3) < 3$)
$x^2 - 9 < 3$
$x^2 < 12$

c) $\mathbb{L} = \{3; 9; 10; 11; \ldots\}$
1. Fall:
$(x-9)^3 = 0$ oder $(x-3)^2 = 0$
$x - 9 = 0$ oder $x - 3 = 0$
$x = 9$ oder $x = 3$
2. Fall:
$(x-3)^2 > 0$ (gilt immer),
deshalb $(x-9)^3 > 0$
$x - 9 > 0$
$x > 9$

d) $\mathbb{L} = \{-2; -1; 0; 1; 2\}$
1. Fall:
$(x-3)^3 < 0$ und $x^3 + 27 > 0$
$x - 3 < 0$ und $x^3 > -27$
$x < 3$ und $x > -3$, d. h. $-3 < x < 3$
2. Fall:
$(x-3)^3 > 0$ und $x^3 + 27 < 0$
$x - 3 > 0$ und $x^3 < -27$
$x > 3$ und $x < -3$, d. h. leere Menge

---

2. a) Konstruktion des Parallelogramms
Hinweise zur Konstruktion der Raute:
Kreis um A (oder D) mit $r = |AD|$ schneidet $\overline{AB}$ in B'
(oder $\overline{CD}$ in C')
alternativ:
w_α schneidet $\overline{CD}$ in C'
Parallele zu $\overline{AD}$ durch C'
schneidet $\overline{AB}$ in B'
(oder Mittelsenkrechte auf $\overline{AC'}$ schneidet $\overline{AB}$ in B').
des weiteren alternativ:
$|AB'| = 5$ cm auf der Seite $\overline{AB}$ antragen

b) Konstruktion des Rechtecks
Hinweise zur Konstruktion der Raute:
Halbieren der Diagonale $\overline{AC}$
Einzeichnen der Mittelsenkrechten auf $\overline{AC}$
alternativ: Konstruktion der Mittelsenkrechten auf $\overline{AC}$

c) (1) Schnittpunkt der Mittelsenkrechten mit $\overline{AB}$ ergibt B' bzw. mit $\overline{CD}$ ergibt D'.

c) (1) Konstruktion des Dreiecks

Hinweise zur Konstruktion der Raute:
w_α schneidet $\overline{BC}$ in C'.
Parallele zu $\overline{AB}$ durch C'
schneidet $\overline{AC}$ in D'.
Parallele zu $\overline{AC}$ durch C'
schneidet $\overline{AB}$ in B'.
alternativ:
w_α schneidet $\overline{BC}$ in C'.
Mittelsenkrechte auf $\overline{AC'}$ schneidet $\overline{AC}$ in D' und $\overline{AB}$ in B'.

(2) Hinweise zur Beschreibung der Konstruktion der Raute:
Zeichne die Winkelhalbierende w_α und
erhalte C' als Schnittpunkt von w_α mit $\overline{BC}$.
Zeichne Parallelen zu $\overline{AB}$ und $\overline{AC}$ durch C'.
Die Schnittpunkte der Parallen mit den Dreiecksseiten sind B' bzw. D'.
alternativ:
Zeichne die Winkelhalbierende w_α und
erhalte C' als Schnittpunkt von w_α mit $\overline{BC}$.
Konstruiere die Mittelsenkrechte auf $\overline{AC'}$.
Die Schnittpunkte der Mittelsenkrechte mit den Dreiecksseiten sind B' bzw. D'.

---

3. a) (1) Nachweis
Winkelsumme im Dreieck ABE: $\beta_1 = \sphericalangle EBA = 40°$
Nebenwinkel von ε_1 im Dreieck AED:
$\sphericalangle DEA = 80° = \sphericalangle BEC$
Winkelsumme im Dreieck AED: $\sphericalangle ADE = 60° = \delta_1 = \sphericalangle ACB$
Winkelsumme im Dreieck EBC: $\sphericalangle CBE = 40°$

(2) Winkelgleichheit (WWW) aus a)
zusätzlich $|AE| = |EB|$, weil Dreieck ABE gleichschenklig ist ($\beta_1 = \alpha : 2 = 40°$).

(3) $\overline{AB}$ und $\overline{CD}$ sind parallel:
$\sphericalangle CED = \varepsilon_1 = 100°$ (Scheitelwinkel)
Wegen $|DE| = |EC|$ sind die Basiswinkel im Dreieck ECD gleich, also 40°.
Somit sind die Winkel $\sphericalangle DCA$ und $\sphericalangle BAC$ Wechselwinkel.

b) Dreieck DBC ist gleichschenklig; d.h. zu zeigen:
$\delta_2 = \beta_2$, wobei $\delta_2 = \delta - \delta_1$ und $\beta_2 = \beta - \beta_1$.
Winkelsumme im Dreieck AED: $180° = \frac{\alpha}{2} + (180° - \varepsilon_1) + \delta_1$
Winkelsumme im Dreieck BCE: $180° = \beta_2 + (180° - \varepsilon_1) + \delta_1$
damit: $\frac{\alpha}{2} = \beta_2$
Winkelsumme im Dreieck CDE: $180° = \delta_2 + \varepsilon_1 + \beta_1$
Winkelsumme im Dreieck ABE: $180° = \frac{\alpha}{2} + \varepsilon_1 + \beta_1$
damit: $\frac{\alpha}{2} = \delta_2$
insgesamt: $\frac{\alpha}{2} = \delta_2 = \beta_2$

c) (1) nur noch zu zeigen: $|DE| = |EB|$
Dreieck ECD ist kongruent zu Dreieck EBC (WSW)

(2) Alle vier Drachen-Teildreiecke besitzen die Winkel $\alpha : 2$ und 90°,
dann muss auch der dritte Winkel jeweils gleich sein.

---

4. (Graphische und rechnerische Begründungen sind gleichwertig.)

a) $b < a < c$
$a = 7$; $b = 3$; $c = 10$

b) $x < 0$

c) zwei Werte aus dem Intervall $\frac{5}{6} < x < \frac{5}{4}$
$b < c$: $5 - x < 5x$
$5 < 6x$
$\frac{5}{6} < x$
$c < a$: $5x < 5 + x$
$4x < 5$
$x < \frac{5}{4}$

d) Es gibt keine Lösung für x mit Begründung .
Angabe von wenigstens 2 Gleichungen führt zum Widerspruch:
$a = b$: $5 - x = 5 + x \rightarrow x = 0$
$a = c$: $5 + x = 5x \rightarrow x = \frac{5}{4}$
$\left(b = c : 5 - x = 5x \rightarrow x = \frac{5}{6}\right)$

e) Es gibt keine Lösung für x mit Begründung .
$a < c$: $5 + x < 5x$
$5 < 4x$
$\frac{5}{4} < x$
$c < b$: $5x < 5 - x$
$6x < 5$
$x < \frac{5}{6}$

f) gilt z. B. für alle Gleichungen der Form $d = mx + b$ mit $m \leq -1$
und $b < 5$.

---

5. a) 20 große Brezeln

b) x: Anzahl der kleinen Brezeln
y: Anzahl der mittleren Brezeln
z: Anzahl der großen Brezeln

(1) $x = y = 120$ (und $z = 0$)
$10\,200 : (35 + 50)$
$0{,}5 \cdot 35 \cdot x + 0{,}5 \cdot 50 \cdot y = 10\,200$

(2) $x = 204$, $z = 51$ (und $y = 0$)
$y = 0$ und $x = 4z$
$35 \cdot x + 60 \cdot z = 10\,200$

(3) $x = 24$, $y = 120$, $z = 56$
$0{,}12 \cdot 35 \cdot (x + y + z) + 0{,}6 \cdot 50 \cdot (x + y + z)$
$+ 0{,}28 \cdot 60 \cdot (x + y + z) = 10\,200$
alternativ: $0{,}12 \cdot 35$ g $+ 0{,}6 \cdot 50$ g $+ 0{,}28 \cdot 60$ g $= 51$ g
$10\,200$ g : 51 g $= 200$

(4) z. B. $(x|y|z) = (60|30|110)$ oder $(32|100|68)$
$x + y + z = 200$
$35x + 50y + 60z = 10\,200$
$5x + 2y = 360$

c) 40 % kleine und 60 % große Brezeln
z. B. $50 \cdot (x + z) = 35 \cdot x + 60 \cdot z$
$50x + 50z = 35x + 60z$
$15x = 10z$

$x : z = 2 : 3$

---

6. a) $A_2 = \frac{2}{4}\ \left(= \frac{1}{2}\right)$

$A_3 = \frac{4}{9}$

$A_4 = \frac{6}{16}$

b) $n = 7$ (oder $n > 6$)

$\frac{12}{49} < \frac{12}{48} = \frac{1}{4}$

$\frac{10}{36} > \frac{9}{36} = \frac{1}{4}$

c) $\frac{2(n-1)}{n^2}$ (oder äquivalente Terme)

d) $n = 10$

$\frac{9}{50} = \frac{18}{100} = 2 \cdot \frac{(10-1)}{10^2}$ (oder durch Fortsetzen der Folge)

e) Das Schnittquadrat besteht aus vier kongruenten Teildreiecken, die wiederum kongruent sind zu den Dreiecken in den Ecken des großen Quadrates. Letztere haben als Grundseite und Höhe jeweils $\frac{1}{n}$, d. h. $4 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{n} \cdot \frac{1}{n} = \frac{2}{n^2}$

---

7. a) (1) $\left(\frac{18}{30}\right)^5$

(2) $\left(\frac{18}{30}\right)^3 \cdot \left(\frac{12}{30}\right)^2$

(3) $\left(\frac{18}{30}\right)^3 \cdot \left(\frac{12}{30}\right)^2 + \left(\frac{18}{30}\right)^2 \cdot \left(\frac{12}{30}\right)^3$

(4) $\frac{18}{30} \cdot \frac{17}{30} \cdot \frac{16}{30} \cdot \frac{15}{30} \cdot \frac{14}{30}$

(5) $\frac{12}{30}$

b) Es ist mindestens 1 Junge ausgewürfelt worden.

c) $\left(\frac{29}{30}\right)^2$ entspricht: An zwei Tagen ist Pascal nicht ausgewürfelt worden.

$\left(\frac{1}{30}\right)^2$ entspricht: Pascal ist zweimal ausgewürfelt worden.

3 entspricht: Pascal kann an drei verschiedenen Tagen das erste Mal ausgewürfelt werden.

1.	a) (1)	$\mathbb{L} = \{3\}$ oder $x = 3$
		$-2x + 17 - 2 - 7x = -12$
		$-9x + 15 = -12$
		$-9x = -27$
	(2)	$\mathbb{L} = \{\ldots -4; -3; -2\}$
		$12x + 32 \leq -5x - 2$
		$17x \leq -34$
		$x \leq -2$
	b) (1)	$a = \frac{U}{2} - b$
		$\frac{U}{2} = a + b$
	(2)	$a = \frac{2A}{h} - c$
		$2A = (a + c) \cdot h$
		$\frac{2A}{h} = a + c$
2.	a) (1)	z. B.: „Dreiecksungleichung ist nicht erfüllt.“
		oder 2 cm + 6 cm < 9 cm
		oder zeichnerische Lösung
	(2.1)	ein Wert für c, bei dem gilt: $3 < c < 5$
	(2.2)	ein Wert für c, bei dem gilt: $8 < c < 13$
	(2.3)	ein Wert für c, bei dem gilt: $c \leq 3$
	(2.4)	ein Wert für c, bei dem gilt: $c \geq 13$
	b) (1)	Konstruktion des Dreiecks $A'B'C$
		$b = 5$ cm
		Dreieck ABC
		Konstruieren von A', B'
	(2)	$\lvert A'B' \rvert = U$
	(3)	(A)
3.	a)	$(5\|5\|10), (5\|6\|9), (5\|7\|8)$ und $(6\|7\|7)$
	b)	24 Möglichkeiten
		$4 \cdot 3 \cdot 2$
	c)	18 Uhr
		3 Väter (V) · 6 Arbeitsstunden (AS) = 18 VAS
		Vor dem Ausfall: 3 V · 2 AS = 6 VAS
		18 VAS − 6 VAS = 12 VAS
		Nach dem Ausfall: 12 VAS : 2 V = 6 AS
		2 AS + 6 AS
	d)	5 Eimer
		9,1 m · 8,2 m = 74,62 m^2
		74,62 m^2 · 2 = 149,24 m^2
		149,24 m^2 · 0,3 l/m^2 = 44,772 l
		44,772 l : 10 l/Eimer = 4,4772 Eimer
4.	a)	Koordinatensystem, Dreieck ABC
		Koordinatensystem und Punkt A
		Punkte B und C eintragen
	b)	Dreieck $C'B'A'$
		Punkte D und E und Eintrag der Spiegelachse

Spiegelung der Punkte A, B und C

c) (1) $A = 24 \text{ cm}^2$
z. B.:
Viereck $ABB'A'$: $A_1 = 8 \text{ cm} \cdot 4 \text{ cm} = 32 \text{ cm}^2$
Dreieck $BB'H$: $A_2 = \frac{1}{2} \cdot 8 \text{ cm} \cdot 1 \text{ cm} = 4 \text{ cm}^2$
Dreieck AGA': $A_3 = \frac{1}{2} \cdot 8 \text{ cm} \cdot 1 \text{ cm} = 4 \text{ cm}^2$
$A = A_1 - A_2 - A_3$

(2) Verschiebung um 2 Einheiten (2 cm)

---

5. a) 432 Liter
$120 \cdot 60 \cdot 60$
$432\,000 \text{ cm}^3$

b) (1) $V_{\text{Buch}} = 25 \text{ cm} \cdot 20 \text{ cm} \cdot 6 \text{ cm} = 3000 \text{ cm}^3$
$3000 \text{ cm}^3 \cdot 35 = 105\,000 \text{ cm}^3$
$105\,000 \text{ cm}^3 < 432\,000 \text{ cm}^3$

(2) 13 Bücher
$3000 \text{ cm}^3 = 3 \text{ dm}^3$
Masse $= 3 \cdot 800$ g
Masse $= 2400$ g
Anzahl der Bücher = 31,5 kg : 2,4 kg
13,125

c) z. B.: 24 cm × 30 cm × 12 cm

d) (1) 250

(2) 64 000

---

6. a) 1030 €
18 600 € − 2000 € = 16 600 €
10 % von 2000 € = 200 €
5 % von 16 600 € = 830 €
200 € + 830 €

b) 568 €
18 600 € − 500 € = 18 100 €
5 % von 500 € = 25 €
3 % von 18 100 € = 543 €
25 € + 543 €

c) (1) Joshua hat nicht Recht (mit Begründung)
Hälfte von 568 € = 284 €
z. B.: 284 € von 1030 € entsprechen ca. 28 %,
also mehr als ein Viertel

(2) 4500 €
„normaler“ Finderlohn: 2 · 72,50 € = 145 €
für 500 € erhält man 25 € Finderlohn.
120 € entsprechen 3 % Finderlohn.
4000 € entsprechen demzufolge 100 %.

---

7. a) BEH; BEK; EHK; BHK

b) BBK; BEK; BHK; EEK; EHK; HHK;

c) 10 Möglichkeiten
(KKK; KKB; KKE; KKH; KBB; KEE; KHH; KBH; KEB; KEH)

d) (1) BEE; BEH; BEK; BHH; BHK; BKK;EEE; EEH; EEK;
EHH; EHK; EKK;HHH; HHK; HKK; KKK

(2) BEE; BKK; EEE; EKK; KKK

e) Nadja hat nicht Recht mit Begründung.
z. B. Nennung eines Gegenbeispiels, z. B. BEH (Jan, Jasmin oder Pauline)
(Antwort ohne Begründung 0,0)

1.	a)		$-8x + 23y + 17$
			$4x - 12x = -8x$
			$8y + 15y = 23y$
			$5 + 12 = 17$
	b)		$4 - 2{,}5 = 1{,}5$
			$0{,}5 \cdot 8 = 4$
			$0{,}25 \cdot 10 = 2{,}5$
	c)		richtiges Zahlenpaar, z. B. $x = 3$ und $y = 4$
	d)		$x = 4$
			$12x + 18 = 6x + 42$
			$6x + 18 = 42$
			$6x = 24$
2.	a)		Antwort: „Ja, sie reicht aus."
			$6\ \text{m}^2 : 4 = 1{,}5\ \text{m}^2$
			$A = 1{,}35\ \text{m} \cdot 0{,}9\ \text{m}$
			$A = 1{,}215\ \text{m}^2$
	b)		Antwort: z. B. „Er entspricht den Vorgaben." und Rechnung
			$V = 135\ \text{cm} \cdot 90\ \text{cm} \cdot 2\ \text{cm}$
			$135\ \text{cm} \cdot 90\ \text{cm} = 12\,150\ \text{cm}^2$
			$12\,150\ \text{cm}^2 \cdot 2\ \text{cm} = 24\,300\ \text{cm}^3$
			$24\,300\ \text{cm}^3 \cdot 0{,}47\ \text{g/cm}^3$
			$= 11\,421\ \text{g}$
			$4 \cdot 450\ \text{g} = 1800\ \text{g}$
			$11\,421\ \text{g} + 1800\ \text{g} = 13\,221\ \text{g}$
			$13\,221\ \text{g} = 13{,}221\ \text{kg}$
3.	a)		korrektes Koordinatensystem mit Parallelogramm $ABCD$
			korrektes Koordinatensystem
			korrektes Eintragen der Punkte A, B, C, D
	b)		$A = 16\ \text{cm}^2$
			$A = 4\ \text{cm} \cdot 4\ \text{cm}$
	c)		$U = 17\ \text{cm}$
			$U = 4\ \text{cm} + 4{,}5\ \text{cm} + 4\ \text{cm} + 4{,}5\ \text{cm}$
			Abweichungen von $\pm$ 1 mm werden akzeptiert.
	d)	(1)	korrektes Parallelogramm $A'B'C'D'$
			mit $A'(5\|3)$
			$B'(9\|3)$
			$C'(11\|7)$
			$D'(7\|7)$
		(2)	$\frac{1}{4}$ oder 25 %
4.	a)		2,10 € + 2,60 € = 4,70 €
			3 · 0,70 €= 2,10 €
	b)		1,55 €
			0,70 €
			0,85 €
	c)		0,85 €
			500 Blätter entsprechen 2600 g.

		1 Blatt entspricht 5,2 g. 6 Blätter entsprechen 31,2 g. 31,2 g + 4 g = 35,2 g
	d)	2 Großbriefe und 6 Standardbriefe
	e)	korrekte Antwort mit Begründung z. B. „Die Zuordnung ist nicht proportional, denn dem doppelten Höchstgewicht wird nicht das doppelte Porto zugeordnet.“
5.	a)	$\alpha = 35°$ $\beta = 180° - 120° = 60°$ $\alpha = 180° - 60° - 85°$
	b) (1)	korrekte maßstabsgerechte Zeichnung Zeichnen der Seite $c = 1{,}5$ cm Antragen von Seite b = 4 cm
	(2)	Anstellwinkel $\beta = 69°$ (genauer: 69°) Abweichungen von ± 1° werden akzeptiert. Antwortsatz: „Die Standsicherheit ist gegeben.“
	c) (1)	$h = 4$ cm $c = 2$ cm + 4 cm = 6 cm $(12 \text{ cm}^2 \cdot 2) : 6$ cm
	(2)	Konstruktion des Dreiecks ABC mit Beschriftung Zeichnen der Seite $c = 6$ cm und Zerlegen Zeichnen der Höhe $h = 4$ cm
6.	a)	Förderverein: 19 %
	b)	korrektes Streifendiagramm mit Beschriftung Cafeteria: 3,2 cm Schülerrat: 1,2 cm Schulhof AG: 2,2 cm Spielgeräte: 1,5 cm Förderverein: 1,9 cm (Abweichungen von ± 1 mm werden akzeptiert.)
	c) (1)	100 % entsprechen 1600 €. 12 % entsprechen 192 €. 1 % entspricht 16 €.
	(2)	48 € entsprechen 20 %. 240 € - 192 € = 48 € 240 € entsprechen 100 %.
	d)	z. B. „Ja, denn 12,5 % > 12 %.“ $\frac{1}{8} = 0{,}125 = 12{,}5\ \%$
7.	a) (1)	P(schwarz) $= \frac{1}{5}$
	(2)	P(weiß) $= \frac{2}{5}$
	(3)	P(nicht grau) $= \frac{3}{5}$
	(4)	P(nicht schwarz) oder P(grau oder weiß)
	b)	3 schwarze Felder 6 graue Felder
	c)	P(grün) $= \frac{1}{6}$ $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$ $\frac{3}{6} + \frac{2}{6}$ $\frac{5}{6}$