1. a) $\mathbb{L} = \{2; 5\}$

   b) $\mathbb{L} = \{3; 4; 6; 7; \ldots\}$, denn
   $-(x-5)^{10} \cdot (x^5 - 32) < 0$
   $-(x-5)^{10} < 0$ gilt immer für $x \neq 5$
   deshalb $(x^5 - 32) > 0$
   $x^5 > 32$
   $x > 2$

   c) $\mathbb{L} = \{\ldots; -1; 0; 1; 2; 5; 6; 7; \ldots\}$, denn
   $(5-x)^5 \cdot (31 - x^5) + (5-x)^5 \geq 0$
   $(5-x)^5 \cdot (31 - x^5 + 1) \geq 0$
   $(5-x)^5 \cdot (32 - x^5) \geq 0$
   $(5-x)^5 \cdot (32 - x^5) = 0$ für $x = 2$ oder $x = 5$
   $(5-x)^5 \cdot (32 - x^5) > 0$ für:
   $(5-x)^5 > 0$ und $(32 - x^5) > 0$ oder $(5-x)^5 < 0$ und $(32 - x^5) < 0$
   $(5-x) > 0$ und $x^5 < 32$ oder $(5-x) < 0$ und $x^5 > 32$
   $x < 5$ und $x < 2$ oder $x > 5$ und $x > 2$

   d) $\mathbb{L} = \{\ldots; -2; -1; 3\}$, denn
   $4 \cdot (x-2)^5 - (x-2)^5 \cdot (x-2)^2 > 0$
   $(x-2)^5 \cdot [4 - (x-2)^2] > 0$
   $(x-2)^5 \cdot [-x^2 + 4x] > 0$
   $(x-2)^5 \cdot x(4-x) > 0$
   Fall 1: $(x-2)^5 > 0$ und $x > 0$ und $(4-x) > 0$
   $x > 2$ und $x > 0$ und $x < 4$
   $\mathbb{L}_1 = \{3\}$
   Fall 2: $(x-2)^5 < 0$ und $x < 0$ und $(4-x) > 0$
   $x < 2$ und $x < 0$ und $x < 4$
   $\mathbb{L}_2 = \{\ldots; -2; -1\}$
   Fall 3: $(x-2)^5 < 0$ und $x > 0$ und $(4-x) < 0$
   $x < 2$ und $x > 0$ und $x > 4$
   $\mathbb{L}_3 = \{\ \}$
   Fall 4: $(x-2)^5 > 0$ und $x < 0$ und $(4-x) < 0$
   $x > 2$ und $x < 0$ und $x > 4$
   $\mathbb{L}_4 = \{\ \}$

---

2. a) Hinweise zur Konstruktion des Dreiecks ABC:
   Kreis k mit $r_u = 4{,}5$ cm und Antrag der Seite $a = \overline{BC}$
   Thaleskreis um M_{BC} durch B und C
   Kreis um C mit Radius h_c schneidet
   Thaleskreis in D
   Gerade durch $\overline{BD}$ schneidet k in A

   b) Hinweise zur Konstruktion der Dreiecke ABC_1 und ABC_2:
   Parallelstreifen im Abstand h_b, Festlegen des Punktes A,
   Antragen von α, freier Schenkel schneidet Parallelstreifen in B

Thales(voll)kreis um M_{AB} durch A und B
Kreis k um A mit Radius h_a schneidet
Thaleskreis in D_1 und D_2
Gerade durch D_1B (D_2B) schneidet
Parallelstreifen in C_1 (C_2).
nur eine Lösung

c) Hinweise zur Konstruktion des Dreiecks ABC:
Zeichnen der Seite $c = \overline{AB}$
Antragen des Winkels 25° jeweils an A und B
Schnitt der freien Schenkel im Umkreismittelpunkt M
Zeichnen des Umkreises um M durch A und B
Kreis um M_{AB} mit Radius s_c schneidet Umkreis in C.

---

3. a) C entspricht dem Höhenschnittpunkt
Begründung: $\overline{HR}$ liegt auf h_c,
$\overline{BP}$ liegt auf $\overline{BC}$ und ist Höhe auf $\overline{AH}$,
$\overline{AQ}$ liegt auf $\overline{AC}$ und ist Höhe auf $\overline{BH}$.

b) $\delta = 180° - \gamma$
$\sphericalangle PHQ$ als Scheitelwinkel von δ ist $180° - \gamma$

c) $CAH'B$ ist Sehnenviereck.
Begründung: Die Summe der gegenüberliegenden Winkel ergibt 180°.
oder: $\sphericalangle(BH'A) = \sphericalangle(AHB)$

d) Dreiecke $AH'B$ und ABC haben den gleichen Umkreis.
Wegen $AH'B$ kongruent zu AHB müssen die Umkreisradien gleich sein.

e) Mittelpunkt der Strecke $\overline{AB}$
Thaleskreis durch A, B, P und Q

---

4. a) $n = 4$: 29 graue Plättchen
$n = 5$: 42 graue Plättchen

b) $f(n) = 4n - 3$
$a(n) = n^2$

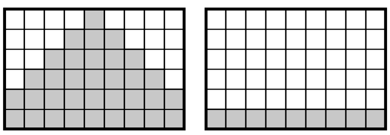
c) $n = 20$
$n^2 + 4n - 3 = 477$
$n^2 + 4n = 480$

d) (1) 17 graue Plättchen

(2) $s(n+1) - s(n) = 2n + 5$ graue Plättchen
$s(n+1) = (n+1)^2 + 4(n+1) - 3 = n^2 + 6n + 2$

e) (1) $\frac{137}{407}$
Fläche der grauen Plättchen (s. d) (2)): $s(n) = n^2 + 4n - 3$
Gesamtfläche: $g(n) = (4n - 3)(n + 1)$

(2) z. B. Aufteilung der Figur in zwei Teilfiguren.



Der graue Anteil der etwas größeren Teilfigur liegt über 50 %.
Der graue Anteil der etwas kleineren Teilfigur liegt über 0 %.
Also muss der Gesamtanteil über 25 % liegen.

---

5. a) 200 g : 1000 g = 20 %

b) 0,035 %
0,035 kg : 100 kg
= 0,00035

c) 1,25 kg

$0{,}35$ kg : $(10$ kg $-x) = 0{,}04$
$0{,}35$ kg $= 0{,}4$ kg $-0{,}04x$
$0{,}04\,x = 0{,}05$ kg

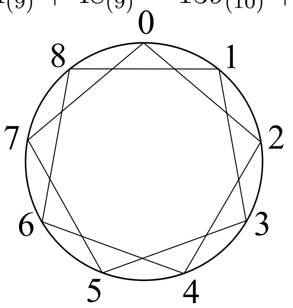
d) 200 g
Bei einem Wassergehalt von 96 % enthält eine 500 g schwere Qualle 480 g Wasser.
x ist die Masse der Qualle nach der Austrocknung
$[x - (500 \text{ g} - 480 \text{ g})] : x = 0{,}9$
$x - 20 \text{ g} = 0{,}9x$
$0{,}1x = 20$ g

e) Es nahm um $33{,}\overline{3}$ % ab.
neuer Salzgehalt: $3{,}5\ \% \cdot 1{,}5 = 5{,}25\ \%$
y ist die Menge des Nordseewassers im Eimer,
z die des verdunsteten (reinen) Wassers
$3{,}5\ \% \cdot y = 5{,}25\ \% \cdot (y - z)$
$\frac{y-z}{y} = \frac{3{,}5}{5{,}25} = \frac{2}{3}$

---

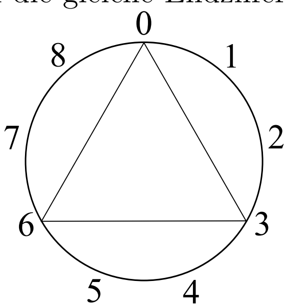
6. a) $164_{(9)} + 48_{(9)} = 139_{(10)} + 44_{(10)} = 183_{(10)} = 223_{(9)}$

b)



c) Die Behauptung ist wahr für die 2er-Reihe.
Begründung: Es ist für die Darstellung im Neunersystem gleichgültig, ob man 7 addiert oder 2 subtrahiert, um die gleiche Endziffer zu erhalten.

d)



z.B. die 7er-Reihe im 21er-System
(allgemein: jede n- oder $2n$-Reihe in einem $3n$-System)

e) n muss teilerfremd zu 9 sein.

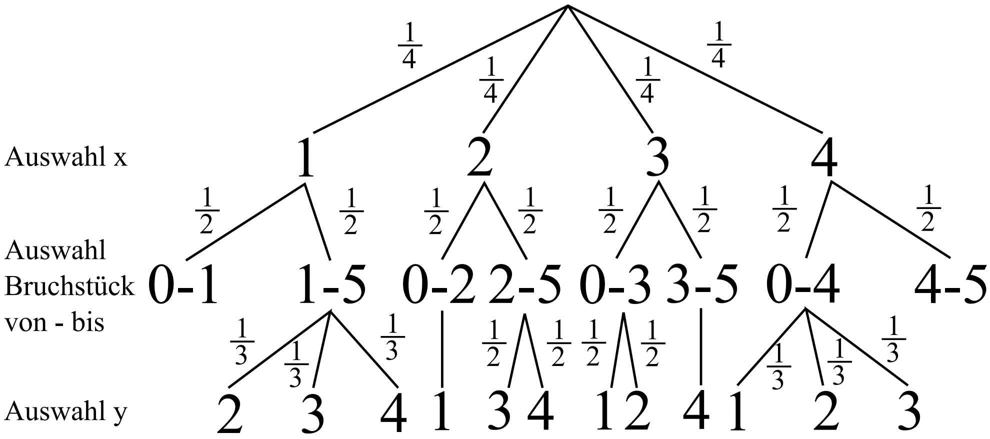
f) k prim

---

7. a) (1) je ein Wertepaar aus der Tabelle von a) (2)
(2) $p = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

x	y	Länge 0 bis x	Länge x bis y	Länge y bis 5	Dreieck möglich
1	2	1	1	3	nein
1	3	1	2	2	ja
1	4	1	3	1	nein
2	3	2	1	2	ja
2	4	2	2	1	ja
3	4	3	1	1	nein

b) (1) Baumdiagramm:



(2) $p = \frac{1}{4}$

(3) $p = \frac{8}{24} \left(= \frac{1}{3}\right)$

$\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{4} + \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{4} + \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{6}$

$\frac{1}{24} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{24}$

---

1. a) (1) $\mathbb{L} = \{-1\}$ oder $x = -1$, denn
$2 + x + 4x + 2x^2 = 2x^2 - 3$
$2 + 5x = -3$
$5x = -5$

(2) $\mathbb{L} = \{0\}$ oder $x = 0$, denn
$9x^2 - 24x + 16 = 4 \cdot (x^2 - 6x + 4)$
$9x^2 - 24x + 16 = 4x^2 - 24x + 16$
$5x^2 = 0$

(3) $\mathbb{L} = \{-1; 0; 1; 2 \dots\}$, denn
$25x^2 + 60x + 36 > 5 \cdot (5x^2 - 6)$
$25x^2 + 60x + 36 > 25x^2 - 30$
$60x > -66$
$x > -1{,}1$

b) $\mathbb{L} = \{-14\}$ oder $x = -14$, denn
$x \cdot (x + 1) + 25 = x^2 + 11$
$x^2 + x + 25 = x^2 + 11$

---

2. a) Hinweise zur Konstruktion des gleichschenkligen Trapezes $ABCD$:
Zeichnen von $|AB| = 8$ cm.
Kreise mit $r = 5$ cm um Punkt A und B
Parallelstreifen mit Breite von h_a und die
Punkte C und D

b) Hinweise zur Konstruktion des Parallelogramms $ABCD$:
Zeichnen von $|AB| = 8$ cm
Mittelsenkrechte zu $|AB|$
Kreis um B mit $r = 5$ cm
Kreis um A mit $r = 5$ cm
Kreis um C mit $r = 8$ cm

c) Hinweise zur Konstruktion der Raute $ABCD$:
Zeichnen von $|AB| = 5$ cm
Kreis um Punkt B mit $r = 5$ cm
Kreis um Punkt A mit $r = 6$ cm
Kreis um Punkt A und C mit $r = 5$ cm

d) Hinweise zur Konstruktion des Drachenvierecks $ABCD$:
Zeichnen von $|AC| = 3$ cm
Zeichnen von $|AC|$
$|CD| = |AD| = 2 \cdot |AC| = 6$ cm
$h_{AC} = 10$ cm

---

3. a) 56 Liter
100 km entsprechen 40 l.
10 km entsprechen 4 l.

	b)	430 km 50 l entsprechen 100 km. 1 l entspricht 2 km.
	c)	82 Liter pro 100 km 40 kg/Kind $\cdot$ 150 Kinder = 6000 kg 6000 kg = 6 t 6 t $\cdot$ 2 l/t = 12 l 12 l + 70 l
	d)	0,405 m^2/Person 13,50 m $\cdot$ 2,55 m = 34,425 m^2 43,425 m^2 : 85 Personen
	e)	Kai hat nicht recht (mit Begründung). 18,75 m $\cdot$ 2,55 m = 47,8125 m^2 47,8125 m^2 : 150 Personen = 0,31875 m^2/Person 1 m^2 : 9 Hühner = 0,11… m^2/Huhn
4.	a)	z. B. 13 + 87 = 100 (Es gibt insgesamt 38 verschiedene Lösungen.)
	b)	400 : 25 = 16 oder 400 : 16 = 25
	c)	$3^2 + 4^2 = 5^2$
	d)	$2 \cdot (12 - 9) = 6$ oder $2 \cdot (13 - 9) = 8$
	e)	z. B.: 134+658=792 oder 214+569=783 oder 276+543=819 oder 283+671=954 oder 327+618=945 …
	f)	z. B.: $\frac{6729}{13458}$ (Die weiteren Lösungen sind: $\frac{6792}{13584}$, $\frac{6927}{13854}$, $\frac{7269}{14538}$, $\frac{7293}{14586}$, $\frac{7329}{14658}$, $\frac{7692}{15384}$, $\frac{7923}{15846}$, $\frac{7932}{15864}$, $\frac{9267}{18534}$, $\frac{9273}{18546}$ und $\frac{9327}{18654}$.)
5.	a)	richtiges Kreisdiagramm mit Beschriftung 360° entsprechen 40 Medaillen. 360° : 40 = 9° Deutschland: 14 $\cdot$ 9° = 126° Kanada: 11 $\cdot$ 9° = 99° Österreich/Frankreich/Schweiz jeweils: 5 $\cdot$ 9° = 45° Sektor für Deutschland Sektor für Kanada Sektoren für Österreich/Frankreich/Schweiz
	b)	37 % 30 −19 = 11 $\frac{11}{30}$ = 0,366…
	c)	16 Silbermedaillen $\frac{6}{50}$ % = 12 Silbermedaillen (2006) 12 entspricht $\frac{3}{4}$ oder 75 %
	d)	7 Bronzemedaillen 8 $\cdot$ 150 % = 12 Goldmedaillen (2002) $\frac{12}{120}$ % = 10 Goldmedaillen (2010) 10 $\cdot$ 70 % = 7 Bronzemedaillen (2010)

6. a) (1)

Stufe	Würfel insgesamt	sichtbare Würfel
1	1	1
2	10	9
3	**35**	**25**
4	**84**	**49**
…		
6	**286**	121
…		
9	969	**289**

(2) Bei ungeraden Stufen benötigt man eine ungerade Anzahl von Würfeln.
Gerade Anzahl − ungerade Anzahl = ungerade Anzahl

b) 113 Flächen
Es kommen 8 Würfel mit drei sichtbaren Flächen und 32 Würfel mit zwei sichtbaren Flächen hinzu.

---

7. a) $2{,}01\overline{8} > 2{,}0\overline{18} > 2{,}\overline{018}$

b)

	4. Stelle	20. Stelle	2018. Stelle
$2{,}\overline{018}$	0	1	1
$2{,}0\overline{18}$	1	1	1
$2{,}01\overline{8}$	8	8	8

c) (1) an der 9. Stelle
Ziffer 8

(2) $n = 6x + 3$ oder $n = 6x - 3$

d) $0,\overline{9768}$ und $0,\overline{9786}$

---

1. a) $x = 21$, denn
$4x - 15 = 2x + 27$
$4x - 2x = 27 + 15$
$2x = 42$
b) $x = -3$, denn
$2{,}7x - 4 = -16 - 1{,}3x$
$2{,}7x + 1{,}3x = -16 + 4$
$4x = -12$
c) $x = 27$, denn
$2x - 23 = 13 + 11x - 10x - 9$
$2x - 23 = 4 + 1x$
$2x - 1x = 4 + 23$

---

2. a) 8,67 €
100 % entspricht 10,20 €.
1 % entsprechen 0,102 €.
15 % entsprechen 1,53 €.
Preis pro m^2: 10,20 € − 1,53 €
b) 237,5 %
4,00 € entsprechen 100 %.
1,00 € entspricht 25 %.
13,50 € entsprechen 337,5 %.
c) 12,65 €/m^2, die Mietpreisbremse wird eingehalten.
768 € : 64 m^2 = 12 €/m^2
100 % entsprechen 11,50 €.
10 % entsprechen 1,15 €.
11,50 € + 1,15 €

---

3. a) 18,00 €
36,00 € : 2
b) 4 g
144,00 € : 36,00 €/g
c) 833er Gold
5 : 6
0,833 . . .
d) 105,30 €
100 % entsprechen 36,00 €.
1 % entspricht 0,36 €.
58,5 % entsprechen 21,06 €.
21,06 €/g · 5 g
alternativ:
$58{,}\overline{5}$ % entsprechen 21,08 €
21,08 €/kg · 5 g = 105,40 €

4.	a)	Hinweise zur Konstruktion des Parallelogramms $ABCD$ mit Beschriftung Zeichnen der Seite a mit Winkel α Antragen von $d = b$ Zeichnen der Parallele zu a
	b)	Hinweise zur Konstruktion des Drachenvierecks $ABCD$ mit Beschriftung Zeichnen von $e = \overline{AC}$ ein Kreis um A mit $r = d$ ein Kreis um C mit $r = b$
	c)	Hinweise zur Konstruktion des Trapezes $ABCD$ mit Beschriftung z. B. Zeichnen der Seite a und Winkel β Antragen von α Einzeichnen der Höhe h Zeichnen der Parallelen zu a
5.	a)	$A_{\text{Wiese}} = 91\ \text{m}^2$ $A_{\text{Wiese}} = 14\ \text{m} \cdot 6{,}5\ \text{m}$
	b)	12 Säcke $7{,}2\ \text{m} \cdot 6{,}5\ \text{m}$ $= 46{,}8\ \text{m}^2$ $46{,}8\ \text{m}^2 : 2$ $= 23{,}4\ \text{m}^2\ (A_{\text{Garten}})$ $23{,}4\ \text{m}^2 : 2 =$ 11,7 (Säcke)
	c)	$x = 3\ \text{m}$ $7{,}65\ \text{m}^2 \cdot 2$ $= 15{,}3\ \text{m}^2$ $15{,}3\ \text{m}^2 : 5{,}1$
	d)	670 € $5{,}1\ \text{m} + 14\ \text{m} + 7{,}2\ \text{m} + 9{,}7\ \text{m} + 14\ \text{m}$ $= 50\ \text{m}$ $50\ \text{m} \cdot 13{,}40$ €/m
6.	a)	Figur 3 benötigt 28 Trinkhalme. Figur 7 benötigt 60 Trinkhalme. 100 Trinkhalme werden für Kantenmodell 12 benötigt. 100 Trinkhalme − 12 Trinkhalme = 88 Trinkhalme 88 Trinkhalme : 8 = 11
	b) (1)	24. Kantenmodell 96 cm : 4 cm
	(2)	4,16 m $96\ \text{cm} \cdot 4 = 384\ \text{cm}$ $4\ \text{cm} \cdot 8 = 32\ \text{cm}$ $384\ \text{cm} + 32\ \text{cm} = 416\ \text{cm}$
	(3)	92 Trinkhalme 24 Würfel − 1 Würfel = 23 Würfel $23 \cdot 4$ Trinkhalme
7.	a)	$\frac{2}{6}$ oder $\frac{1}{3}$

b) Urne B und C

Urne A: $\frac{1}{3}$

Urne B: $\frac{1}{2}$

Urne C: $\frac{1}{2}$

c) Urne C

d) „Daniel hat nicht recht." mit korrekter Begründung

Begründung: z. B. $\frac{2}{6} > \frac{2}{8} > \frac{2}{10}$

e) $p = \frac{4}{30}$ $(=\frac{2}{15})$

$p = \frac{2}{6} \cdot \frac{2}{5}$

f) die Kugel mit der Zahl 2 oder 3
