

LÖSUNGEN

AUFGABENGRUPPE A

1. a) $\mathbb{L} = \{-4; 7\}$
 $(x - 7)^3 = 0$ oder $x^3 + 64 = 0$
 $x - 7 = 0$ oder $x^3 = -64$
- b) $\mathbb{L} = \{-1; 0; 2\}$
 $x = 0$ oder $(x + 16)^2 = 33x^2 + 192$
 $x^2 + 32x + 256 = 33x^2 + 192$
 $-32x^2 + 32x + 64 = 0$
 $x^2 - x - 2 = 0$
 $(x - 2) \cdot (x + 1) = 0$
- c) $\mathbb{L} = \{-7; \dots; -1\}$
 $x^3 + 32x^2 + 256x < x^3$
 $32x^2 + 256x < 0$
 $x \cdot (32x + 256) < 0$
 $x < 0$ und $32x + 256 > 0$ oder $x > 0$ und $32x + 256 < 0$
 $x < 0$ und $32x > -256$ oder $x > 0$ und $32x < -256$
 $x < 0$ und $x > -8$ oder $x > 0$ und $x < -8$
- d) $\mathbb{L} = \{-1; 0; 1; 2; 3\}$
 Fall 1: $(x^3 - 13)^2 = 196$
 $x^3 - 13 = 14$ oder $x^3 - 13 = -14$
 $x^3 = 27$ oder $x^3 = -1$
 $x = 3$ oder $x = -1$
 Fall 2: $(x^3 - 13)^2 < 196$
 $x^3 - 13 < 14$ und $x^3 - 13 > -14$
 $x^3 < 27$ und $x^3 > -1$
 $x < 3$ und $x > -1$

2. a) Hinweise zur Konstruktion des Dreiecks ABC :
 Parallelstreifen der Breite 4,5 cm
 Wahl von Punkt C auf der oberen Parallele
 und Abtragen von $h_c = s_c$
 Punkt S auf s_c im Abstand von 1,5 cm von
 der unteren Parallele
 Kreis um S mit $r = \frac{2}{3} \cdot 6 \text{ cm} = 4 \text{ cm}$ schneidet
 untere Parallele in A .
 Verlängerung von \overline{AS} auf die Länge von s_a
 hat Endpunkt D .
 Gerade durch \overline{CD} schneidet untere Parallele in B .
- b) Hinweise zur Konstruktion des Dreiecks ABC :
 Zeichnen von $s_a = \overline{AD}$ und Eintragen von S so, dass $|AS| = 4 \text{ cm}$
 und $|SD| = 2 \text{ cm}$.
 Zeichnen von $s_b = \overline{BE}$ durch S senkrecht zu s_a
 mit $|BS| = 6 \text{ cm}$ und $|SE| = 3 \text{ cm}$
 Die Gerade durch A und E schneidet die Gerade durch B und D

in C .

- c) Hinweise zur Konstruktion des Dreiecks ABC :
Parallelstreifen der Breite 3,8 cm
Wahl von Punkt C auf der oberen Parallele und
Abtragen von s_c schneidet untere Parallele in F
(oder F' , kann entfallen wegen Kongruenz)
Kreisbogen k um C mit r_u
Senkrechte auf die untere Parallele durch F
schneidet k im Umkreismittelpunkt M
Kreis um M mit r_u schneidet untere Parallele
in A bzw. B .
-

3. a) (1) $\gamma = \alpha$
Begründung: Nebenwinkel von γ liegt im Sehnenviereck.
gegenüber von α
(2) $\varepsilon = \alpha + \delta$
Begründung: ε ist Außenwinkel im Dreieck DEC .
- b) Winkelsumme im Viereck $ABCD$: $\alpha + 2\beta + 2\gamma + 180^\circ - \alpha + 2\delta = 360^\circ$
 $2\beta + 2\gamma + 2\delta = 180^\circ$ mit $\gamma = \alpha$
 $\beta + \alpha + \delta = 90^\circ$
- c) Nachweis, z. B. im Dreieck FBE
 $\varphi + \beta + \varepsilon = 180^\circ$
 $\varphi + \beta + \alpha + \delta = 180^\circ$
Mit $\beta + \alpha + \delta = 90^\circ$ (aus b)) ergibt sich $\varphi = 90^\circ$.
-

4. a) (1) 1. Gleichung: Gesamtsumme der Mengen
2. Gleichung: Gesamtsumme der Fettmengen ($144 = 0,08 \cdot 1800$)
(2) 2. Gleichung: Summe der Fettanteile von Milch und Sahne
(3) Vergleicht man beide Ansätze, so erhält man folgende Gleichung:
 $144 - 0,08J = 0,08(M + S)$
Das heißt: Die Gesamtfettmenge des Endproduktes abzüglich
der Fettmenge der Joghurtkultur ist gleich der Fettmengen
der Milch und der Sahne zusammen.
alternativ: Hans lässt die (gleichen) Fettanteile des Joghurts
auf beiden Seiten der Gleichung weg.
- b) $M = 1200$ ml
Aus $0,035M + 0,35S = 0,08(M + S)$ folgt: $M = 6S$
 $J = 400$ ml
 $J = 1800 - 1200 - 200$
- c) $S = 220$
 $1800 - 260 = 1540 = M + S = 6S + S = 7S$
 $M = 1320$
- d) 21,5 %
 $200 + 1200 + S = 1800$
 $S = 400$
 $1200 \cdot 0,035 + 400 \cdot x = 1600 \cdot 0,08$
 $42 + 400x = 128$
-

5.

- a) (1) $\mathbb{L} = \{3; 7\}$
1. Fall: $x - 5 = 2$

$$x = 7$$

$$2. \text{ Fall: } x - 5 = -2$$

$$x = 3$$

$$(2) \quad \mathbb{L} = \{6\}$$

$$1. \text{ Fall: } 7 - x \geq 0$$

$$7 - x = 2x - 11$$

$$x = 6$$

$$2. \text{ Fall: } 7 - x < 0$$

$$-(7 - x) = 2x - 11$$

$$x = 4$$

(Bed. $7 - x < 0$ nicht erfüllt)

$$(3) \quad \mathbb{L} = \{-7\}$$

$$1. \text{ Fall: } x - 1 \geq 0$$

$$3x + 5 = -2(x - 1)$$

$$x = -\frac{3}{5}$$

(Bed. $x - 1 \geq 0$ nicht erfüllt)

$$2. \text{ Fall: } x - 1 < 0$$

$$3x + 5 = 2(x - 1)$$

$$x = -7$$

$$(4) \quad \mathbb{L} = \{-4; 2\}$$

$$1. \text{ Fall: } x - 1 \geq 0, x \geq 0, \text{ d.h. } x \geq 1$$

$$x - 1 - 2x = -3$$

$$x = 2$$

2. Fall: $x - 1 \geq 0$ und $x < 0$ ist widersprüchlich

3. Fall: $x - 1 < 0$ und $x \geq 0$, d.h. $0 < x < 1$

$$-(x - 1) - 2x = -3$$

$$x = \frac{4}{3} \text{ (Bed. nicht erfüllt)}$$

4. Fall: $x - 1 < 0$ und $x < 0$, d.h. $x < 0$

$$-(x - 1) + 2x = -3$$

$$x = -4$$

$$b) \quad \text{z. B. } |x - 2| = 3$$

$$6. \quad a) \quad 720 \text{ €}$$

$$0,6 \cdot 4000 \text{ kWh} \cdot 0,3 \text{ €/kWh}$$

$$b) \quad 120 \text{ € Verlust}$$

$$(5600 \text{ kWh} - 0,4 \cdot 4000 \text{ kWh}) \cdot 0,15 \text{ €/kWh} = 600 \text{ €}$$

$$\text{Bilanz: } 600 \text{ €} - 720 \text{ €} = -120 \text{ €}$$

$$c) \quad \text{Einsparung: } 24 \text{ € (d. h. es bringt } 96 \text{ €)}$$

$$\text{Energiezukauf: } 4000 \text{ kWh} \cdot 0,9 \cdot 0,6 \cdot 0,3 \text{ €/kWh} = 648 \text{ €}$$

$$\text{Energieverkauf: } (5600 \text{ kWh} - 3600 \text{ kWh} \cdot 0,4) \cdot 0,15 \text{ €/kWh} = 624 \text{ €}$$

$$\text{Bilanz: } 624 \text{ €} - 648 \text{ €} = -24 \text{ €}$$

$$d) \quad (1) \quad p = 0,6$$

$$(5600 \text{ kWh} - p \cdot 4000 \text{ kWh}) \cdot 0,15 \text{ €/kWh} =$$

$$4000 \text{ kWh} \cdot (1 - p) \cdot 0,3 \text{ €/kWh}$$

$$(2) \quad p = 0,85$$

$$(5600 \text{ kWh} - p \cdot 4000 \text{ kWh}) \cdot 0,15 \text{ €/kWh} =$$

$$4000 \text{ kWh} \cdot (1 - p) \cdot 0,3 \text{ €/kWh} + 150 \text{ €}$$

$$(3) \quad 240 \text{ €}$$

$$(5600 \text{ kWh} - 1 \cdot 4000 \text{ kWh}) \cdot 0,15 \text{ €/kWh}$$

-
7. a) (1) $p_1 = 0,9$
 $p_2 = 0,75$
- b) (1) $P(\text{nicht geimpft}) = 0,8$
(2) $P(\text{geimpft und Virusträger und krank}) +$
 $P(\text{geimpft und kein Virusträger und krank}) = 0,005$
(3) $0,195$
 $P(\text{geimpft und Virusträger und gesund}) +$
 $P(\text{geimpft und kein Virusträger und gesund}) = 0,2 \cdot 0,1 \cdot 0,75 + 0,2 \cdot 0,9 \cdot 1$
 $= 0,015 + 0,18$
- c) korrekte Berechnung des Wertes 87,5 %
 $P(\text{krank}) = \frac{75}{1000}$
Mit $P(\text{krank unter der Bedingung nicht geimpft und Virusträger}) = x$ gilt:
 $0,075 = 0,2 \cdot 0,1 \cdot 0,25 + 0,8 \cdot 0,1 \cdot x$
 $0,075 = 0,005 + 0,08 \cdot x$
- d) mindestens 60 %
 $p \cdot 0,1 \cdot 0,25 + (1 - p) \cdot 0,1 \cdot 0,875 \leq 0,05$
 $0,025p - 0,0875p + 0,0875 \leq 0,05$
 $-0,0625p \leq -0,0375$
 $0,0625p \geq 0,0375$
-

LÖSUNGEN/BEWERTUNGEN

AUFGABENGRUPPE B

Für jede Aufgabe ist die angegebene Gesamtpunktzahl sowie die Verteilung auf die Teilfragen verbindlich. Die angegebenen Teillösungen sind lediglich als Beispiele anzusehen. Für Teillösungen und Lösungsansätze sind Punkte zu gewähren. Bei Folgefehlern erfolgt kein erneuter Punktabzug. Von jeder Schülerin/jedem Schüler werden vier Aufgaben gewertet.

Teilpunkte Punkte

1. a) $\mathbb{L} = \{\dots; -5; -4; -3\}$
 $x^2 - 3 > x^2 + 2x + 1$
 $-4 > 2x$
 $x < -2$
- b) $\mathbb{L} = \{-2; -1; 0; \dots\}$
 $-10x^2 + 25x + 4x - 10 \geq 9x^2 + 6x + 1 - 19x^2 - 57$
 $23x \geq -46$
 $x \geq -2$
- c) $\mathbb{L} = \{-2; -1; 0; 1\}$ ()
- d) $\mathbb{L} = \{-1; 1\}$ ()

2. a) Hinweise zur Konstruktion des Dreiecks ABC mit Beschriftung:
 Zeichnen von \overline{AB} und Antragen eines Winkels
 Antragen des zweiten Winkels
 Vervollständigung zum Dreieck
- b) Markieren von D
 Konstruktion der Winkelhalbierenden von α
- c) korrekte Begründung (z. B. $\alpha : 2 = \beta$)
- d) Drehung der Punkte A, B und C
 Einzeichnen des Dreiecks $A'B'C'$
- e) Einzeichnen des Vierecks $ABC'C$
- (1) $\sphericalangle BDC' = 100^\circ$
- (2) Konstruktion des Schnittpunktes der Mittelsenkrechten
 Zeichnen des Umkreises
- (3) Begriff „gleichschenkliges Trapez“

3. a) (1) 80 m^2
 $600 \text{ €} : 7,50 \text{ €}$
- (2) $192 \text{ €} (= 792 \text{ €} - 600 \text{ €})$
 $80 \text{ m}^2 \cdot 9,90 \text{ €}$
- (3) 32%
 $792 \text{ €} : 600 \text{ €} = 1,32$
- b) $7,22 \text{ €}$
 $7,60 \text{ €} \cdot 0,95$
- c) (1) 28%
 $90 \text{ m}^2 \cdot 8,40 \text{ €} = 756 \text{ €}$
 $756 \text{ €} : 1050 \text{ €} = 0,72$
- (2) 567 €
 $756 \text{ €} \cdot 0,75 = 567 \text{ €}$
- d) Aussage: „Er hat recht“ mit richtiger Begründung
 z. B. $14,10 \text{ €} : 10,70 \text{ €} \cdot 100 \% \approx 131,7 \% > 130 \%$

4. a) (1) $(-3) \cdot (-2) - (+6) = 0$
 (2) $(-3) - (+6) : (-2) = 0$
 (3) $(+6) : (-2) \cdot (-3) = 9$
 (4) $(+2) + (0) \cdot (-1) - (-9) = 11$
 (5) $[(-7) + (-5)]^3 : [(+7) - (-5)]^2 = -12$
 b) z. B. $a = 4, b = 5, c = 2$
 $a = 6, b = 8, c = 1$
-

5. a) 3,5 h
 420 km : 120 km/h
 b) 115 km/h
 437 km : 3,8 h
 c) (1) 105 min
 315 km : 180 km/h = 1,75 h
 (2.1) 12:06 Uhr
 630 km : (180 + 120) km/h
 2,1 h sind 2 h und 6 min
 (2.2) 378 km
 180 km/h · 2,1 h
 252 km
 120 km/h · 2,1 h
-

6. a) 55 und 66
 b) richtige Begründung
 mögliche Begründung:
 Für die 21 gibt es 2 Möglichkeiten im Gegensatz zu 44.
 c) (1) $\frac{1}{36}$
 (2) $\frac{2}{36}$ oder $\frac{1}{18}$
 d) $\frac{20}{36}$ oder $\frac{5}{9}$
 $36 - 16 = 20$
 e) Sie muss die Zahl 63 würfeln.
 f) Aussage „Es gibt keine solche Zahl.“ mit richtiger Begründung.
 mögliche Begründung:
 Bei 42 gewinnt man gegen 41, 32, 31 und 21 mit je $\frac{1}{18}$ oder $\frac{2}{36}$
 Eintrittswahrscheinlichkeit, zusammen also $\frac{8}{36} < \frac{9}{36} = \frac{1}{4}$
 Bei 43 gewinnt man zusätzlich gegen 42 zusammen also $\frac{10}{36} > \frac{9}{36} = \frac{1}{4}$
 Dazwischen liegen keine erwürfelbaren Zahlen.
-

7. a) (1) 6
 $3 \cdot 2 \cdot 1$
 (2) 18
 $4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$
 $24 - 6$
 b) (1) 12
 (2) 6
 c) (1) 60
 $5 \cdot 4 \cdot 3$

(2) 10

60 : 6 bzw. $5 \cdot 4 \cdot 3 : (3 \cdot 2)$

LÖSUNGEN/BEWERTUNGEN

AUFGABENGRUPPE C

Für jede Aufgabe ist die angegebene Gesamtpunktzahl sowie die Verteilung auf die Teilfragen verbindlich. Die angegebenen Teillösungen sind lediglich als Beispiele anzusehen. Für Teillösungen und Lösungsansätze sind Punkte zu gewähren. Bei Folgefehlern erfolgt kein erneuter Punktabzug. Von jeder Schülerin/jedem Schüler werden vier Aufgaben gewertet.

		Teilpunkte	Punkte
1.	<p>a) $x = 19$ $4x - 76 = 0$ $4x = 76$</p> <p>b) $x = -0,8$ $8x - 16 = 3x - 20$ $5x - 16 = -20$ $5x = -4$</p> <p>c) $x = -\frac{1}{8}$ $15 - 7 + 14x = -10x + 5$ $8 + 14x = -10x + 5$ $8 + 24x = 5$ $24x = -3$ $x = -\frac{3}{24}$</p>		
2.	<p>a) 147 $154 + 163 + 124$ $= 441$ $441 : 3$</p> <p>b) 940,50 € z . B. 100 % entsprechen 165 Besuchern. 20 % entsprechen 33 Besuchern. 40 % entsprechen 66 Besuchern. $165 - 66 = 99$ $66 \cdot 4,50 \text{ €}$ $= 297 \text{ €}$ $99 \cdot 6,50 \text{ €}$ $= 643,50 \text{ €}$ $297 \text{ €} + 643,50 \text{ €}$</p>		
3.	<p>a) (1) 45 Zaunelemente (abgekürzt ZE) $u_{\text{Zaun}} = 36 \cdot 2,50 \text{ m}$ $u_{\text{Zaun}} = 90 \text{ m}$ $90 \text{ m} : 2 \text{ m/ZE}$</p> <p>(2) „Das Angebot mit Zaunelement L ist preisgünstiger.“ Kosten ZE L = $36 \text{ ZE} \cdot 56,80 \text{ €/ZE}$ Kosten ZE L = 2044,80 € Kosten ZE M = $45 \text{ ZE} \cdot 46,50 \text{ €/ZE}$ Kosten ZE M = 2092,50 € alternativ: L: 22,72 € pro m M: 24,10 € pro m</p> <p>b) Länge: 33 m, Breite 18 m z. B.</p>		

17 ZE für eine lange und eine kurze Seite zusammen
Lösen durch Probieren, so dass gilt: $x + (x - 5) = 17$
(x : Anzahl ZE lange Seite)
z. B. $x = 10 \Rightarrow 10 + 5 \neq 17$
 $x = 11 \Rightarrow 11 + 6 = 17$
Anzahl ZE lange Seite: 11
Anzahl ZE Seite: 6
Länge Zaun: $11 \cdot 3$ m
Breite Zaun: $6 \cdot 3$ m

4. a) korrekte Konstruktion mit Beschriftung
z. B.
Zeichnen der Seite a und des Winkels β
Abtragen der Seite b
Zeichnen der Parallelen
zur Seite a mit $c = 5$ cm
- b) korrekte Konstruktion mit Beschriftung
z. B.
Zeichnen der Seite a und Kreisbogen um A mit $e = 8$ cm
Kreisbogen um B mit $b = 4$ cm
Verbinden zum Dreieck ABC und
Kreisbogen um A mit $d = b = 4$ cm
Kreisbogen um C mit $c = a = 5,5$ cm
- c) $\alpha = 60^\circ$
z. B.
 $\alpha + 2\alpha + \alpha + 2\alpha = 6\alpha$
 $\alpha = 360^\circ : 6$
-

5. a) (1) $A_{\text{Trapez}} = 18\,750 \text{ m}^2$
 $A_{\text{Trapez}} = \frac{150 \text{ m} + 100 \text{ m}}{2} \cdot 150 \text{ m}$
 $A_{\text{Trapez}} = 125 \text{ m} \cdot 150 \text{ m}$
(2) $h = 62,5 \text{ m}$
 $A_{\text{Parallelogramm}} = 18\,750 \text{ m}^2 : 2 = 9375 \text{ m}^2$
 $9375 \text{ m}^2 = 150 \text{ m} \cdot h$
 $h = 9375 \text{ m}^2 : 150 \text{ m}$
(3) $14\,062,5 \text{ m}^2$
 $18\,750 \text{ m}^2 + 9375 \text{ m}^2 = 28\,125 \text{ m}^2$
 $28\,125 \text{ m}^2 : 2$
- b) $37,5 \text{ cm}$
 $150 \text{ m} = 15\,000 \text{ cm}$
 $15\,000 \text{ cm} : 400$
-

6. a) (1) 7
(2) 15
b) korrekte Begründung
z. B.
„Beide Dreiecke haben dieselben Maße.“

c) Masse ≈ 1069 g
 $a = 20 \text{ cm} + 7 \text{ cm} = 27 \text{ cm}$
 $b = 9 \text{ cm}$
 $c = 8 \text{ cm}$
 $V = 27 \text{ cm} \cdot 9 \text{ cm} \cdot 8 \text{ cm}$
 $V = 243 \text{ cm}^2 \cdot 8 \text{ cm}$
 $V = 1944 \text{ cm}^3$
Masse = $1944 \text{ cm}^3 \cdot 0,55 \text{ g/cm}^3$
Masse = $1069,2 \text{ g}$

7. a) (1) 2; 3; 4; 5; 6

(2) $P = \frac{4}{6}$

Amir gewinnt mit 3; 4; 5; 6

(3) Ben

korrekte Begründung

z. B. „Ben muss eine 5 oder 6 würfeln und

hat daher die wenigsten Möglichkeiten zu gewinnen.“

b) (1) $P = \frac{4}{36}$

$P(\text{ein Feld weiter}) = \frac{2}{6}$

$P(\text{ein Feld weiter, ein Feld weiter}) = \frac{2}{6} \cdot \frac{2}{6}$

(2) $P = \frac{8}{36}$

$P(\text{ein Feld weiter}) = \frac{2}{6}$

$P(\text{bleibt stehen}) = \frac{4}{6}$

$P(\text{ein Feld weiter, bleibt stehen}) = \frac{2}{6} \cdot \frac{4}{6}$
