

AUFGABENGRUPPE A

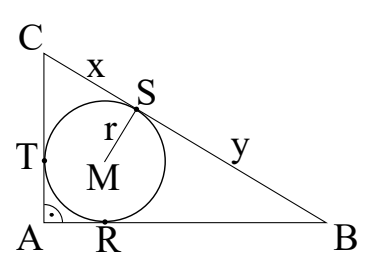
09.06.2020

Hinweis: Von jeder Schülerin/jedem Schüler werden vier Aufgaben gewertet. Werden mehr als vier Aufgaben bearbeitet, so werden die mit der besten Punktzahl berücksichtigt.

1. Gib die Lösungsmenge jeweils in aufzählender Form an; $\mathbb{G} = \mathbb{Z} = \{ \dots; -2; -1; 0; 1; 2; \dots \}$.
 Notiere auch deinen Lösungsweg (durch Rechnung oder in Worten).
 - a) $x^4 - 16 = (x^2 - 4)^2$
 - b) $x^4 - 16 \geq (x^2 + 4) \cdot (x - 2) \cdot (x + 2)$
 - c) $(x + 2) \cdot (x - 2)^2 \geq 12 \cdot (x - 2)$
 - d) $x^4 - 16 \leq (x^2 - 4) \cdot (2x^2 + 4)$

2. Ein Dreieck ABC hat den Umkreisradius $r_u = 6$ cm, $c = 10$ cm und $h_c = 8$ cm. Der Umkreis k hat den Mittelpunkt M . Die Verlängerung der Höhe h_c schneidet k im Punkt P , der Durchmesser durch C schneidet k im Punkt Q .
 - a) Konstruiere das Dreieck ABC (mit $|AC| < |BC|$) und trage die angegebenen Punkte ein.
 - b) Zeige: Die Sehnen \overline{PQ} und \overline{AB} sind parallel.
 - c) Zeige: Das Viereck $PQBA$ ist ein symmetrisches Trapez.
 - d) Zeige: $\sphericalangle ACP$ ist genauso groß wie $\sphericalangle QCB$.
 - e) Zeige: Die Dreiecke ABC und PQC haben die gleiche Winkelhalbierende w_γ .

3. Gegeben ist ein rechtwinkliges Dreieck ABC mit $\alpha = 90^\circ$. Sein Inkreis mit Mittelpunkt M und Radius R berührt die Seite \overline{BC} im Punkt S . Wir kürzen ab: $\overline{CS} = x$ und $\overline{SB} = y$.



 - a) Zeige: Der Flächeninhalt F des Dreiecks ABC lässt sich berechnen mit $F = 0,5 \cdot (x + r) \cdot (y + r)$
 - b) Zeige: Der Flächeninhalt F des Dreiecks ABC lässt sich berechnen mit $F = r^2 + x \cdot r + y \cdot r$
 - c) Zeige mittels der Formeln aus a) und b): Der Flächeninhalt F des Dreiecks ABC lässt sich berechnen mit $F = x \cdot y$.

4. Eine Untersuchung zur Gepäckausgabe an Flughäfen hat ergeben, dass 90 % der Koffer bis zehn Minuten nach Anlaufen des Gepäckbandes ausgegeben werden. Bei einigen der übrigen Koffer dauert dies bis zu 30 Minuten. Von den Koffern, die nach einer halben Stunde noch nicht ausgegeben wurden, werden 95 % nach spätestens 48 Stunden zugestellt. Der Rest bleibt verschollen.
 - a) Ein Flugzeug mit 220 Koffern ist gelandet.
 - (1) Mit wie vielen Koffern, die nicht innerhalb der ersten 10 Minuten ausgegeben werden, ist zu rechnen?
 - (2) Nach 48 Stunden sind alle Koffer bis auf einen ausgegeben. Wie viele Koffer waren nach einer halben Stunde immer noch nicht ausgegeben?
 - b) Täglich werden durchschnittlich ca. 1200 Koffer abgefertigt. Von diesen bleiben im Schnitt fünf Koffer verschollen.
 - (1) Wie viele der Koffer brauchen länger als 10 Minuten, bleiben aber nicht verschollen?
 - (2) Wie viel Prozent der nicht gleich ausgegebenen Koffer wurden in den nächsten 20 Minuten noch ausgegeben? Runde auf ganze Prozent.
 - c) Statistisch erreichen 20 % derjenigen Koffer, die nicht sofort ausgegeben werden, spätestens nach einer halben Stunde ihre Besitzer. Durch eine neue Technologie kann der Flughafen bei der Gepäckabfertigung die Zahl der verschollenen Koffer senken.
 - (1) Wie viele von 1000 Koffern blieben vor der Einführung der neuen Technologie verschollen?
 - (2) Um wie viel Prozent senkt die neue Technologie die Anzahl der verschollenen Koffer, wenn einer von 1000 Koffern verschollen bleibt?

5. a)	Mathemagikus sagt zu seinem Schüler: „Nenne mir drei beliebige dreistellige Zahlen, die aber nicht mit 9 beginnen. Ich nenne dir dann sofort drei dreistellige Zahlen. Wenn wir diese sechs Zahlen addieren, ist das Ergebnis immer 2997“ (siehe nebenstehende Beispiele).	Schüler:	724	166
			+196	+456
			+732	+822
		Mathemagikus:	+275	+177
			+803	+543
			+267	+833
			<hr/>	<hr/>
			2997	2997

b) Man denkt sich eine dreistellige Zahl mit verschiedenen Ziffern und bildet alle fünf weiteren dreistelligen Zahlen, die durch Vertauschen der Ziffern entstehen. Man addiert nun diese sechs dreistelligen Zahlen.

- (1) Die gedachte Zahl ist 125. Zeige: Die Summe ist ein Vielfaches von 222.
- (2) Zeige: Jede dreistellige Zahl abc ergibt als Summe nach obigem Schema immer $k \cdot 222$.
- (3) Gib einen Term für k an, der die Ziffern a , b und c enthält.

c) Denke dir eine dreistellige Zahl mit drei verschiedenen Ziffern (z. B. 670) und bilde die Spiegelzahl (d. h. 076). Subtrahiere von der größeren die kleinere Zahl (also $670 - 076 = 594$) und addiere diese Differenz zur Spiegelzahl der Differenz (d. h. $594 + 495 = 1089$). Zeige:

- (1) Die Differenz einer Zahl abc und ihrer Spiegelzahl cba ist immer ein Vielfaches von 99.
- (2) Das Endergebnis ist immer 1089.

6. Man kann eine Ziffer auf einem Display dadurch anzeigen, dass Striche leuchten oder nicht:



a) Ein Wecker zeigt so die Uhrzeit an (siehe nebenstehende Abbildung). Im Folgenden betrachten wir „D-Symmetrie“ als Symmetrie zu der Achse durch den Doppelpunkt und Punktsymmetrie (zu einem Punkt in der Mitte der Doppelpunkte).

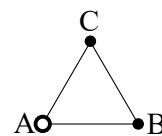
- (1) Welche Symmetrie hat die Uhrzeit 02:50?
- (2) Begründe, dass 11:11 weder punkt- noch D-symmetrisch ist.
- (3) Gib vier D-symmetrische Uhrzeiten an.
- (4) Gib alle punktsymmetrischen Uhrzeiten an.
- (5) Ein Strich einer Ziffer ist defekt. Es wird innerhalb eines Tages eine weitere Uhrzeit (fälschlich) symmetrisch angezeigt. Finde eine Lösung, benenne diese Uhrzeit und zeige den defekten Strich an einem Bild.

b) Eine Datumsanzeige benutzt die gleichen Ziffern. Die Punkte sollen vernachlässigt werden.



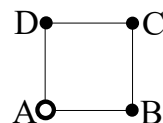
- (1) Welche Symmetrien (Achsen- und/oder Punktsymmetrie) hat das obige Datum?
- (2) Benenne die nächsten zwei achsensymmetrischen und die nächsten zwei punktsymmetrischen Daten.

7. a) In einer Simulation bewegt sich ein Chip zufällig vom Startpunkt A aus mit jeweils gleicher Wahrscheinlichkeit zu den benachbarten Eckpunkten des nebenstehenden Dreiecks. Beispielsweise läuft er bei der Schrittfolge BCB mit drei Schritten von A nach B nach C und dann wieder zu B.



- (1) Wie groß ist jeweils die Wahrscheinlichkeit, dass der Chip nach einem, zwei, drei oder vier Schritten auf B liegt?
- (2) C wird nun zu einem „schwarzen Loch“, d. h. wenn der Chip C erreicht, kann er sich von dort aus nicht mehr bewegen. Ein möglicher Ausgang wäre nun BCC. Ermittle jeweils die Wahrscheinlichkeit, dass der Chip nach zwei, drei oder sieben Schritten auf B liegt.

b) Nun bewege sich der Chip nach den gleichen Regeln im nebenstehenden Quadrat.



- (1) Weshalb kann der Chip bei einer geraden Schrittzahl nie B erreichen?
- (2) Bestimme jeweils die Wahrscheinlichkeit, dass der Chip die Ecke B nach einem bzw. drei Schritten erreicht.
- (3) C wird nun wieder zum „schwarzen Loch“. Es soll nun wieder die Ecke B erreicht werden.
 - (3.1) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass dies nach drei Schritten eintritt?
 - (3.2) Wie viele Schritte sind notwendig, damit die Wahrscheinlichkeit dafür $\frac{1}{16}$ beträgt?

(Beachte: Die Ergebnisse können als Produkt, Summe oder Potenz angegeben werden.)

AUFGABENGRUPPE B

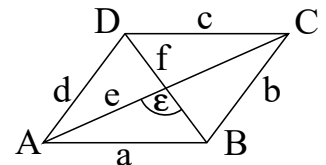
09.06.2020

Hinweis: Von jeder Schülerin/jedem Schüler werden vier Aufgaben gewertet. Werden mehr als vier Aufgaben bearbeitet, so werden die mit der besten Punktzahl berücksichtigt.

1. Gib die Lösungsmenge jeweils in aufzählender Form an; $\mathbb{G} = \mathbb{Z} = \{\dots; -2; -1; 0; 1; 2; \dots\}$.
 - a) $-3 \cdot (2x - 1) = -(4x - 5)$
 - b) $5 \cdot (x^2 - 1) + 6x < (x + 3)^2$
 - c) (1) $\frac{3}{x} = 0,75$ (2) $\frac{3}{x^2} = 0,75$ (3) $\frac{3}{x^3} > 0,75$ (4) $\frac{3}{x^4} < 0,75$

2. Stammbrüche sind Brüche mit dem Zähler 1 und beliebigen natürlichen Zahlen $n > 0$ im Nenner. Jeder Bruch lässt sich als Summe darstellen, deren Summanden ausschließlich unterschiedliche Stammbrüche sind.
 - a) Berechne: $\frac{1}{3} + \frac{1}{4}$
 - b) Bestimme a : $\frac{7}{10} = \frac{1}{2} + \frac{1}{a}$
 - c) Stelle den Bruch $\frac{2}{3}$ als Summe zweier unterschiedlicher Stammbrüche dar.
 - d) Es gibt zwei Möglichkeiten, den Bruch $\frac{4}{5}$ als Summe dreier unterschiedlicher Stammbrüche darzustellen. Gib beide Möglichkeiten an.
 - e) Wähle einen beliebigen Bruch $\frac{m}{n}$, mit $m < n$ und $n < 10$, und stelle ihn als Summe von vier unterschiedlichen Stammbrüchen dar.

3.
 - a) Konstruiere beide Parallelogramme $ABCD$ mit $a = 4$ cm, $b = 5$ cm und $h_a = 3$ cm.
 - b) Konstruiere ein Parallelogramm $ABCD$ mit einem Flächeninhalt von 24 cm² und $\beta = 110^\circ$.
 - c) Konstruiere ein Parallelogramm $ABCD$ mit $a = 6$ cm, $e = 8$ cm, $\varepsilon = 120^\circ$.
 - d) Aus welchen zwei Möglichkeiten aus (1), (2) und (3) lässt sich kein Parallelogramm konstruieren? Begründe deine Entscheidung!
 - (1) $a = b = 3$ cm, $\alpha = \beta = 60^\circ$
 - (2) $c = 4$ cm, $h_a = 3$ cm, $\gamma = 120^\circ$
 - (3) $a = d = 4$ cm, $b = c = 3$ cm
 - e) Simon behauptet: „Wenn sich zwei Strecken schneiden und sich dadurch halbieren, sind sie Diagonalen eines Parallelogramms.“ Hat Simon recht? Begründe.



5. Seit dem 15. Juni 2019 sind E-Scooter im deutschen Straßenverkehr offiziell erlaubt. Die Kosten für die E-Scooter-Miete setzen sich aus einer Grundgebühr und einem Minutenpreis zusammen. Für ein Schulprojekt haben Schüler einen Vergleich der verschiedenen Anbieter und deren Preise in einer Tabelle dargestellt und die Angebote getestet:

E-Scooter mit einer Maximalgeschwindigkeit von 6 km/h dürfen auf dem Gehweg fahren, alle anderen Modelle auf dem Radweg.			
--	--	--	--

Anbieter	Grün	Rot	Lila
Grundgebühr in €	1,00	1,50	0,50
Minutenpreis in €	0,20	0,15	0,25

- Tim hat sich einen E-Scooter von „Rot“ gemietet und dafür 5,10 € bezahlt. Wie viele Minuten hat er den E-Scooter genutzt?
 - Emilia meint, dass „Lila“ immer günstiger als „Rot“ ist, weil die Grundgebühr niedriger ist. Hat Emilia recht? Begründe mit einer Rechnung.
 - Lara findet einen Anbieter „Pink“, bei dem 20 Minuten insgesamt 4,75 € kosten. Die Grundgebühr ist dabei fünfmal so hoch wie der Minutenpreis. Bestimme die Grundgebühr und den Minutenpreis für das Angebot „Pink“.
 - Ab wie vielen Stunden Gesamtmietdauer bei 60-maliger Nutzung ist es preisgünstiger, einen E-Scooter für 696 € zu kaufen statt ihn bei „Grün“ zu mieten?
 - Ben hat mit einem E-Scooter auf dem Gehweg 30 Meter bei konstanter Geschwindigkeit in 20 Sekunden zurückgelegt. War das erlaubt? Begründe.
6. Die Informatik-AG führte eine Umfrage zum Thema „Smartphones“ durch. An der Umfrage nahmen 525 Schüler teil. Das waren sieben Zehntel der kompletten Schülerschaft. Es gaben 294 Schüler an, dass ein Smartphone hilfreich beim Lernen sei. Dass die Benutzung von Smartphones im Unterricht erlaubt werden sollte, fanden 72 % aller Befragten. Von diesen 72 % waren etwa 18 % der Meinung, die Schule solle dafür kostenlos ein WLAN-Netzwerk zur Verfügung stellen. Nur 21 Jugendliche gaben an, dass sie ihr Smartphone lieber nicht mit in die Schule bringen möchten. Es verwenden 154 der befragten Schüler ein Smartphone der Marke Heiwau, dies sind 12 % weniger als die Zahl derjenigen, die ein Smartphone der Marke Galactica verwenden.
- Wie viel Prozent der befragten Schüler möchten ihr Smartphone nicht mit zur Schule bringen?
 - Wie viele Schüler finden, dass die Schule ein WLAN-Netzwerk kostenlos bereitstellen soll?
 - Schulleiter Vock behauptet: „Weniger als die Hälfte aller Schüler der Schule sind der Meinung, dass zukünftig Smartphones im Unterricht erlaubt werden sollen.“ Hat er recht? Begründe.
 - Wie viele Schüler gaben an, ein Smartphone der Marke Galactica zu verwenden?
7. Pauline möchte an ihrem Kindergeburtstag eine Schatzsuche veranstalten. Dazu versteckt ihr Vater Edelsteine gleicher Form und Größe im Sandkasten, welche die Gäste ausgraben müssen. Jeder Gast darf nur drei Edelsteine ausgraben und behalten. Dann kommt der nächste dran. Paulines Vater versteckt 7 Amethyste, 6 Bergkristalle, 5 Calcite, 4 Dolomite, 2 Epidote und 1 Fluorit. Als erster Gast gräbt Laurenz.
- Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist der zuerst ausgegrabene Edelstein ein Fluorit?
 - Mit welcher Wahrscheinlichkeit gräbt Laurenz als ersten Edelstein weder einen Amethyst noch einen Bergkristall aus?
 - Mit welcher Wahrscheinlichkeit gräbt Laurenz 3 Calcite aus?
 - Mit welcher Wahrscheinlichkeit gräbt Laurenz entweder 3 Calcite oder 3 Dolomite aus?
 - Mit welcher Wahrscheinlichkeit gräbt Laurenz zuerst einen Amethyst, als zweiten Stein einen Bergkristall und als dritten Stein einen Calcit aus?
 - Bis jetzt wurde erst einer der beiden Epidote ausgegraben. Yves gräbt als Siebter und möchte den letzten Epidot unbedingt finden. Mit welcher Wahrscheinlichkeit gelingt ihm das?

AUFGABENGRUPPE C

09.06.2020

Hinweis: Von jeder Schülerin/jedem Schüler werden vier Aufgaben gewertet. Werden mehr als vier Aufgaben bearbeitet, so werden die mit der besten Punktzahl berücksichtigt.

1. Berechne x .

a) (1) $-4 - 3x = x + 5 - 2x$

(2) $2x - 3 \cdot (-5x - 7) = 2 \cdot (10x + 3)$

b) In einem Kino werden die Kinokarten in 2 Preisgruppen angeboten:

Preisgruppe A: 6,00 €

Preisgruppe B: 9,50 €

Die Gesamteinnahmen für Kinokarten betragen bei einer Vorstellung 1050 €.

Bei dieser Vorstellung wurden 60 Kinokarten der Preisgruppe B verkauft.

Berechne die Anzahl der verkauften Kinokarten der Preisgruppe A.

2. Die Schülerinnen und Schüler einer Klasse verkaufen seit dem Schuljahr 2016/2017 regelmäßig Kuchen in den Schulpausen, um damit einen Klassenausflug zu finanzieren. Jedes Schuljahr spendeten sie außerdem einen Teil der Einnahmen dem örtlichen Tierheim.

Schuljahr	Einnahmen durch Kuchenverkauf	davon gespendet:
2016/2017	400 €	130 €
2017/2018	320 €	112 €
2018/2019		143 €

a) Im Schuljahr 2018/2019 hat die Klasse 56 % ihrer Einnahmen für den Klassenausflug zurückgelegt. Den Rest spendete sie dem Tierheim. Wie viel Euro hat sie in diesem Schuljahr durch den Kuchenverkauf eingenommen?

b) Um wie viel Prozent waren die Einnahmen des Schuljahres 2016/2017 höher als die Einnahmen des Schuljahres 2017/2018?

c) Der Klassenlehrer kündigt an: „Wenn ihr am Ende dieses Schuljahres 2019/2020 eure Einnahmen aus dem Schuljahr 2016/2017 um 15,5 % steigert, dann könnten wir die Fahrtkosten für den Klassenausflug allein durch euren Gewinn finanzieren.“ Wie hoch müssten die Einnahmen des Schuljahres 2019/2020 dann insgesamt sein?

3. Julia, Mahdia, Johannes und Tom gehen zusammen in den Schreibwarenladen „Annettes Bürowelt“.

5 Textmarker	6,25 €
2 Bleistifte	1,90 €
TOTAL:	8,15 €

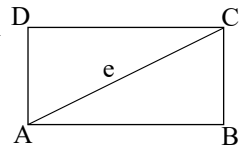
a) Julia kauft 5 Textmarker und 2 Bleistifte. Sie erhält den abgebildeten Kassenzettel.

(1) Mahdia hat 23,18 € in ihrer Geldbörse und kauft die gleichen Textmarker und Bleistifte wie Julia. Sie kauft 2 Textmarker und 6 Bleistifte. Wie viel € hat sie nach diesem Einkauf noch in ihrer Geldbörse?

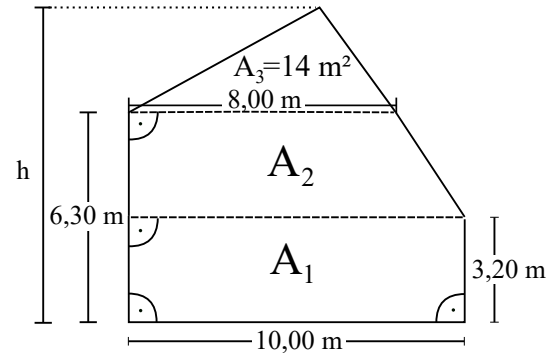
(2) Tom kauft 3 dieser Textmarker und 12 gleiche Schreibhefte. Er bezahlt dafür insgesamt 9,63 €. Wie viel € kostet ein Schreibheft?

b) Johannes möchte verschiedenfarbige Fineliner kaufen. „Annettes Bürowelt“ bietet diese Fineliner als 18er-Pack für insgesamt 11,43 € an. Ein Fineliner der gleichen Sorte kostet dort einzeln 0,80 €. Beim Kauf von 5 dieser Einzelstifte erhält man einen weiteren Fineliner gratis dazu. Johannes behauptet: „Wenn ich 18 Fineliner haben möchte, ist der Preis für einen einzelnen Fineliner niedriger.“ Hat Johannes recht? Notiere einen Antwortsatz und begründe deine Antwort durch eine Rechnung.

4. a) Konstruiere das Rechteck $ABCD$ mit $|AB| = a = 5$ cm und der Diagonalen $|AC| = e = 6,5$ cm. Beschrifte die Eckpunkte.
- b) Konstruiere das Parallelogramm $ABCD$ mit $|AB| = a = 7,5$ cm, $|AC| = e = 9,5$ cm und $\beta = 115^\circ$. Beschrifte die Eckpunkte.
- c) Konstruiere das Trapez $ABCD$ mit $|AB| = a = 8$ cm, $h_a = 3,8$ cm, $\alpha = 73^\circ$ und $\beta = 60^\circ$. Die Seiten a und c sind parallel zueinander. Beschrifte die Eckpunkte.

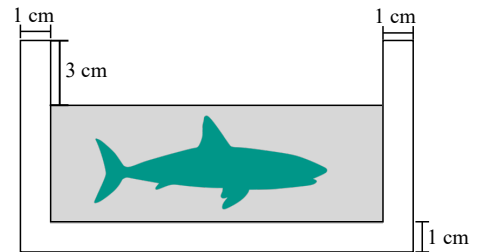


5. Eine Seitenfläche des Hauses von Familie Hansen soll neu verputzt werden. Die Seitenfläche lässt sich in drei Teilflächen A_1 , A_2 und A_3 unterteilen (siehe Abbildung). Der Flächeninhalt der Fläche A_3 beträgt 14 m².



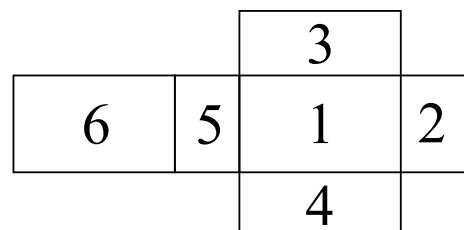
- a) Berechne die Materialkosten für den Verputz der gesamten Seitenfläche, wenn 1 m² Putz 120 € kostet.
- b) Berechne die gesamte Höhe h des Hauses.

6. a) Pia möchte sich ein neues Aquarium kaufen (siehe Abbildung, nicht maßstabsgetreu). Sie interessiert sich für ein quaderförmiges Aquarium mit folgenden Außenmaßen: Länge: 120 cm, Breite: 40 cm und Höhe: 50 cm. Die Glasstärke beträgt 1 cm. Sie möchte das Aquarium nur bis 3 cm unterhalb des oberen Randes füllen. Berechne, wie viel Liter Wasser dann im Aquarium sind.



- b) Im Internet findet Pia einen Anbieter, der Aquarien nach Kundenwünschen maßgerecht anfertigt. Pia erkundigt sich nach einem Aquarium mit einem Füllvolumen von 300 Litern. Das Aquarium hat folgende Innenmaße: 80 cm lang und 60 cm breit. Welche maximale Füllhöhe hat dann dieses Aquarium?
- c) Pias Freundin Eva hat schon ein Aquarium. Dieses Aquarium besteht aus 5 Glasscheiben. Die 4 seitlichen Scheiben sind gleich groß und haben jeweils ein Volumen von 1600 cm³. Die Scheibe am Boden hat ein Volumen von 2000 cm³. Ein Kubikzentimeter (1 cm³) Glas wiegt $2,5$ Gramm (g). Berechne, wie schwer Evas leeres Aquarium ist.

7. Bei einem Spiel wird anstelle eines normalen Spielwürfels mit einem Quader gewürfelt. Das heißt, dieser wird geworfen und anschließend wird die obliegende Zahl betrachtet. Die Abbildung zeigt das beschriftete Netz des Quaders.



- a) Welche Zahlen werden vermutlich mit der größten Wahrscheinlichkeit gewürfelt? Begründe deine Entscheidung.
- b) Toni würfelt 200 -mal mit dem Quader. Die Zahl 6 fällt 80 -mal. Berechne die relative Häufigkeit der Zahl 6 . Gib dein Ergebnis als vollständig gekürzten Bruch oder Dezimalbruch an.
- c) Der Hersteller des Quaders gibt für das Würfeln der Zahlen 2 und 3 folgende Wahrscheinlichkeiten an: $P(2) = 2\%$ und $P(3) = 5\%$.
- (1) Gib die Wahrscheinlichkeiten $P(1)$, $P(4)$, $P(5)$ und $P(6)$ an.
- (2) Es wird mit dem Quader zweimal gewürfelt. Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass zuerst die Zahl 2 und dann die Zahl 3 fällt.