1. a) $\mathbb{L} = \{-2; 2\}$
$x^4 - 16 = x^4 - 8x^2 + 16$
$8x^2 = 32$
$x^2 = 4$
b) $\mathbb{L} = \mathbb{Z}$
$x^4 - 16 \geq (x^2 + 4)(x^2 - 4)$
$x^4 - 16 \geq x^4 - 16$
c) $\mathbb{L} = \{-4; -3; \ldots; 2; 4; 5; 6; \ldots\}$
$(x + 2)(x - 2)^2 - 12(x - 2) \geq 0$
$(x - 2)[(x + 2)(x - 2) - 12] \geq 0$
$(x - 2)(x^2 - 4 - 12) \geq 0$
$(x - 2)(x^2 - 16) \geq 0$
Fall 1: $x - 2 = 0$ oder $x^2 - 16 = 0$
$x = 2$ oder $x = -4$ oder $x = 4$
$\mathbb{L}_1 = \{-4; 2; 4\}$
Fall 2: $x - 2 > 0$ und $x^2 - 16 > 0$
$x > 2$ und ($x < -4$ oder $x > 4$)
$\mathbb{L}_2 = \{5; 6; 7; \ldots\}$
Fall 3: $x - 2 < 0$ und $x^2 - 16 < 0$
$x < 2$ und $-4 < x < 4$
$\mathbb{L}_3 = \{-3; -2; -1; 0; 1\}$
d) $\mathbb{L} = \{\ldots; -4; -3; -2; 0; 2; 3; 4; \ldots\}$
$(x^2 + 4)(x^2 - 4) \leq (x^2 - 4)(2x^2 + 4)$
$(x^2 + 4)(x^2 - 4) - (x^2 - 4)(2x^2 + 4) \leq 0$
$(x^2 - 4)[(x^2 + 4) - (2x^2 + 4)] \leq 0$
$(x^2 - 4)(-x^2) \leq 0$
Fall 1: $x^2 - 4 = 0$ oder $-x^2 = 0$
$x = -2$ oder $x = 2$ oder $x = 0$
$\mathbb{L}_1 = \{-2; 0; 2\}$
Fall 2: $x^2 - 4 > 0$ und $-x^2 < 0$
$x^2 > 4$ und $x^2 > 0$
($x < -2$ oder $x > 2$) und $x \neq 0$
$\mathbb{L}_2 = \{\ldots; -5; -4; -3; 3; 4; 5; \ldots\}$
Fall 3: $x^2 - 4 < 0$ und $-x^2 > 0$
$x^2 < 4$ und $x^2 < 0$
$\mathbb{L}_3 = \{\ \}$

2. a) Hinweise zur Konstruktion des Dreiecks ABC:
Zeichnen des Kreises k
Zeichnen der Sehne $\overline{AB}$
Parallelstreifen zur Sehne $\overline{AB}$
Einzeichnen der Höhe h_c
b) Nachweis der Parallelität

Thalessatz bei dem Dreieck PQC
$\overline{AB}$ und $\overline{PQ}$ stehen senkrecht auf $\overline{PC}$.

c) Nachweis des symmetrischen Trapezes
mit b): $\overline{AB}||\overline{PQ}$
Mittelsenkrechten auf Kreissehnen gehen durch den Kreismittelpunkt M
Weil $\overline{AB}$ und $\overline{PQ}$ parallel sind, liegen ihre Mittelsenkrechten aufeinander und sind Symmetrieachsen.

d) Umfangswinkel über den gleich langen Sehnen sind gleich groß.
mit c): $|AP| = |QB|$

e) $\gamma : 2 = \sphericalangle ACP + \frac{1}{2} \sphericalangle PCQ$

---

3. a) Begründung der Formel
Der Radius des Inkreises steht rechtwinklig auf jeder Dreiecksseite.
Dreieck TMC ist kongruent zu Dreieck MSC (SsW).
Somit ist $|TC| = x$
$|AT| = r$
$|RB| = y$ und $|AR| = r$ analog
Fläche des Dreiecks als die Hälfte der Grundseite multipliziert mit der Höhe

b) Begründung der Formel
r^2 ist die Fläche des Quadrates $ARMT$
Viereck $TMSC$ ist ein Drachenviereck mit zwei rechten Winkeln (weil der Inkreis tangential an den Dreiecksseiten liegt).
Die Fläche des Drachenvierecks $TMSC$ wird durch $\overline{CM}$ halbiert.
Der Flächeninhalt des Dreiecks MSC beträgt $0{,}5xr$
yr als Flächeninhalt des Drachenvierecks $RBSM$ analog

c) Begründung der Formel
Gleichsetzen:
$r^2 + xr + yr = 0{,}5(x + r)(y + r)$
$r^2 + xr + yr = 0{,}5(xy + xr + yr + r^2)$
$r^2 + xr + yr = 0{,}5xy + 0{,}5xr + 0{,}5yr + 0{,}5r^2$
$0{,}5r^2 + 0{,}5xr + 0{,}5yr = 0{,}5xy$
$r^2 + xr + yr = xy$
$F = xy$

---

4. a) (1) 22
$220 \cdot 0{,}1$

(2) 20
1 Koffer entspricht 5 % der nach 48 h vermissten Koffer.

b) (1) 115

(2) 17 %
$1200 \cdot 0{,}1 = 120$
5 % sind 5 Koffer, 95 % sind 95 Koffer, also kommen 100 Koffer nicht.
Somit kommen 20 Koffer der 120 Koffer zwischen 10 min und 30 min
$20 : 120$

c) (1) 4
$1000 \cdot 0{,}1 = 100$ (nach 10 min noch nicht ausgegebene Koffer)
$100 \cdot 0{,}8 = 80$ (nach 30 min noch nicht ausgegebene Koffer)
$80 \cdot 0{,}05$

(2) 75 %

---

5. a) (1) Mathemagikus wählt seine Zahlen so, dass sie mit denen

seines Schülers paarweise addiert 999 ergeben.

(2) Wenn die erste Ziffer eine 9 ist, findet Mathemagikus keine dreistellige Zahl.

b) (1) $125 + 152 + 215 + 251 + 512 + 521 = 1776 = 8 \cdot 222$

(2) Nachweis
Einer-, Zehner- und Hunderterziffer tauchen bei der Addition jeweils doppelt auf:
$1 \cdot (2a + 2b + 2c) + 10 \cdot (2a + 2b + 2c) + 100 \cdot (2a + 2b + 2c)$
$= (2a + 2b + 2c) \cdot 111$
$= (a + b + c) \cdot 222$

(3) $k = a + b + c$

c) (1) $100a + 10b + 1c - 100c - 10b - 1a = 99a - 99c = 99 \cdot (a - c)$

(2) Betrachte die Vielfachen von 99: Zahl und Spiegelzahl paarweise addiert ergeben immer 1089.

---

6. a) (1) 02:50 ist D-symmetrisch

(2) Bei der Ziffer 1 leuchten die beiden Striche immer rechts.

(3) vier Möglichkeiten (z. B. 02:50; 05:20; 20:05, 22:55, 00:00)

(4) 00:00; 02:20; 05:50; 20:02; 22:22

(5) z. B. 22:56 wird angezeigt als 22:55 (oder 00:08 als 00:00)

b) (1) achsen-, aber nicht punktsymmetrisch (05.05.2020)

(2) Achsensymmetrie: 25.05.2025 und 02.05.2050 und
Punktsymmetrie: 22.02.2022 und 05.02.2050

---

7. a) (1) P(1 Schritt) $= \frac{1}{2}$
P(2 Schritte)$= \frac{1}{4}$
mögliche Schrittfolgen: BA, BC, CA, CB
P(3 Schritte) $= \frac{3}{8}$
mögliche Schrittfolgen:
BAB, BAC, BCA, BCB, CAB, CAC, CBA, CBC
P(Eckpunkt B nach 4 Schritten) $= 0{,}3125 = \frac{5}{16}$

(2) P(2 Schritte) $= 0$
P(3 Schritte) $= \frac{1}{8}$
P(7 Schritte) $= \frac{1}{128}$

b) (1) B ist 1 oder 3 Schritte von A entfernt, d. h. ungerade Anzahlen von Schritten. Damit ist B direkt nicht mit einer geraden Anzahl von Schritten erreichbar. Jeder weitere Umweg führt zu einer Erhöhung der Schrittzahl um eine gerade Anzahl, da die Anzahl der Schritte in die falsche Richtung wieder zurückgegangen werden müssen.
Da die Summe einer geraden und einer ungeraden Zahl ungerade ist, bleibt es bei einer ungeraden Schrittanzahl.

(2) Die Wahrscheinlichkeit beträgt jeweils 0,5. (je 1,0)
Es ergeben sich: $\frac{1}{2}$ bzw. $\frac{4}{8}$, usw.

(3.1) 0,25

(3.2) 7 Schritte
Die Anzahl aller Möglichkeiten steigt bei n Schritten auf 2^n,
die Anzahl der günstigen Möglichkeiten auf $2^{0,5 \cdot (n-1)}$.
Es ergibt sich die Folge: $\frac{1}{2}, \frac{2}{8}, \frac{4}{32}$ usw.
Das nächste Folgenglied wäre somit $\frac{8}{128} = \frac{1}{16}$ für $n = 7$.

Für jede Aufgabe ist die angegebene Gesamtpunktzahl sowie die Verteilung auf die Teilfragen verbindlich. Die angegebenen Teillösungen sind lediglich als Beispiele anzusehen. Für Teillösungen und Lösungsansätze sind Punkte zu gewähren. Bei Folgefehlern erfolgt kein erneuter Punktabzug. Von jeder Schülerin/jedem Schüler werden vier Aufgaben gewertet.

---

1. a) $\mathbb{L} = \{-1\}$
   $-6x + 3 = -4x + 5$
   $-2x = 2$

   b) $\mathbb{L} = \{-1; 0; 1\}$
   $5x^2 - 5 + 6x < x^2 + 6x + 9$
   $4x^2 < 14$
   $x^2 < 3{,}5$

   c) (1) $\mathbb{L} = \{4\}$
   (2) $\mathbb{L} = \{-2; 2\}$
   (3) $\mathbb{L} = \{1\}$
   (4) $\mathbb{L} = \mathbb{Z}\setminus\{-1; 0; 1\}$ oder $\{\ldots; -3; -2; 2; 3; \ldots\}$
   oder „Alle ganzen Zahlen außer −1; 0; 1.“

---

2. a) $\frac{7}{12}$

   b) $a = 5$
   $\frac{1}{a} = \frac{7}{10} - \frac{1}{2}$
   $\frac{1}{5}$

   c) $\frac{1}{2} + \frac{1}{6}$

   d) $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{20}$
   $\frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{10}$

   e) eine richtige Lösung
   z. B.: $\frac{4}{5} = \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{10}$

---

3. a) Hinweise zur Konstruktion der beiden Parallelogramme $ABCD$
   mit Beschriftung
   Zeichnen von a
   Parallele zu a mit dem Abstand h_a
   Einzeichnen von Kreis um B mit $r = 5$ cm

   b) Konstruktion des Parallelogramms $ABCD$ mit Beschriftung
   $A_{\text{Parallelogramm}} = g \cdot h$
   z. B. $g = 6$ cm, $h = 4$ cm
   Zeichnen von g und
   Parallele zu g mit Abstand h
   Antragen von β

   c) Hinweise zur Konstruktion des Parallelogramms $ABCD$ mit Beschriftung
   Zeichnen von e und Halbieren von e
   Antragen von ε
   Antragen eines Kreis um A mit $r = 6$ cm
   Ergänzung zum Parallelogramm

	d)	(1) und (3) mit korrekter Begründung z. B. (1) Benachbarte Winkel ergeben nicht 180°. (3) Gegenüberliegende Seiten sind nicht gleich lang.
	e)	„Simon hat recht“ mit korrekter Begründung: Der Schnittpunkt der beiden Diagonalen wird zum Spiegelpunkt des punktsymmetrischen Parallelogrammes.
4.	a)	1202 2021; 2202 2022; 0302 2030
	b)	2102 2012
	c)	29 (Daten) z. B. im 1. Jahrzehnt: 2 Daten (Jahreszahl-Endziffer 1 und 2) in allen anderen 9 Jahrzehnten: jeweils 3 Daten (Jahreszahl-Endziffer 1, 2 und 3) 28 (Daten) (Falls 29.02.2092 im Schaltjahr nicht erkannt wurde.)
	d)	1012 2101
	e) (1)	1001 1001; 2909 9092
	(2)	Zum Beispiel liegen zwischen dem 2903 3092 und dem nächsten (passenden) Datum 1004 4001 über 900 Jahre. ohne Beispiel oder Begründung
5.	a)	24 min $5{,}10 - 1{,}50 = 3{,}60$ $3{,}60 : 0{,}15$
	b)	Emilia hat nicht recht. Beispielsweise ist nur bis 9 min „Lila“ günstiger (mit entsprechender Begründung). $0{,}15 \cdot 9 + 1{,}50 = 2{,}85$ („Rot“) oder $0{,}15 \cdot 10 + 1{,}50 = 3{,}00$ $0{,}25 \cdot 9 + 0{,}50 = 2{,}75$ („Lila“) oder $0{,}25 \cdot 10 + 0{,}50 = 3{,}00$
	c)	Grundgebühr $g = 0{,}95$ € und Minutenpreis $m = 0{,}19$ € $20 \cdot m + g = 4{,}75$ $20 \cdot m + 5 \cdot m = 4{,}75$ $4{,}75 : 25 = 0{,}19$ $10 \cdot 0{,}19 + g = 2{,}85$
	d)	mehr als 53 h $696 - (60 \cdot 1{,}00) = 636$ $636 : 0{,}20 = 3180$ $3180 : 60 = 53$
	e)	Ja, das ist erlaubt, weil die Geschwindigkeit unter 6 km/h liegt. mögliche Begründung: z. B.: 30 m : 20 s = 1,5 m/s 1 h = 3600 s 1,5 m in 1 s $\rightarrow$ 5400 m in 3600 s oder $1{,}5 \cdot 3{,}6 = 5{,}4$
6.	a)	4 % $\frac{21}{525}$
	b)	68 Schüler 72 % von 525 Schülern sind 378 Schüler.
	c)	„Hr. Vock hat nicht recht“ mit richtiger Begründung

mögliche Begründung:
$378 \cdot 2 = 756$
$525 : 7 = 75$
$10 \cdot 75 = 750$
$756 > 750$

d) 175 Schüler
154 Smartphones entsprechen 88 %.
154 : 88 %

---

7. a) $p(F) = \frac{1}{25}$

b) $p(\text{weder A noch B}) = \frac{12}{25}$
$\frac{7}{25} + \frac{6}{25} = \frac{13}{25}$
$1 - \frac{13}{25}$

c) $p(C;C;C) = \frac{60}{13800} = \frac{1}{230}$
$p(C;C;C) = \frac{5}{25} \cdot \frac{4}{24} \cdot \frac{3}{23}$

d) $p(C;C;C + D;D;D) = \frac{84}{13800} = \frac{7}{1150}$
$p(C;C;C + D;D;D) = \frac{5}{25} \cdot \frac{4}{24} \cdot \frac{3}{23} + \frac{4}{25} \cdot \frac{3}{24} \cdot \frac{2}{23}$

e) $p(A;B;C) = \frac{210}{13800} = \frac{7}{460}$
$p(A;B;C) = \frac{7}{25} \cdot \frac{6}{24} \cdot \frac{5}{23}$

f) $\frac{3}{7}$
$25 - (6 \cdot 3)$
$p(E;nE;nE) = p(nE;E;nE) = p(nE;nE;E) = \frac{1}{7}$

LÖSUNGEN/BEWERTUNGEN **AUFGABENGRUPPE C**

Für jede Aufgabe ist die angegebene Gesamtpunktzahl sowie die Verteilung auf die Teilfragen verbindlich. Die angegebenen Teillösungen sind lediglich als Beispiele anzusehen. Für Teillösungen und Lösungsansätze sind Punkte zu gewähren. Bei Folgefehlern erfolgt kein erneuter Punktabzug. Von jeder Schülerin/jedem Schüler werden vier Aufgaben gewertet.

---

1. a) (1) $x = -4{,}5$
$-4 - 3x = -x + 5$
$-2x = 9$
(2) $x = 5$
$2x + 15x + 21 = 20x + 6$
$17x + 21 = 20x + 6$
$-3x = -15$
b) 80 Kinokarten der Preisgruppe A
$60 \cdot 9{,}50$ € = 570 €
1050 € − 570 € = 480 €
480 € : 6 €/Karte

---

2. a) 325 € (entsprechen 100 %)
100 % − 56 % = 44 %
44 % entsprechen 143 €.
1 % entspricht 3,25 €.
b) 25 %
320 € entsprechen 100 %.
z. B. 80 € entsprechen 25 %.
400 € entsprechen 125 %.
c) 462 €
100 % entsprechen 400 €.
1 % entspricht 4 €.
15,5 % entsprechen 62 €.
400 € + 62 €

---

3. a) (1) 14,98 €
6,25 € : 5 = 1,25 €
1,25 € · 2 = 2,50 €
1,90 € · 3 = 5,70 €
2,50 € + 5,70 € = 8,20 €
23,18 € − 8,20 €
(2) 0,49 €
3 · 1,25 € = 3,75 €
9,63 € − 3,75 € = 5,88 €
5,88 € : 12
b) korrekter Antwortsatz („Johannes hat recht.“)
mit rechnerischer Begründung
z. B.
11,43 € : 18
= 0,635 €
0,80 € · 5 = 4,00 €
4,00 € : 6

$= 0{,}\overline{6}$ €

---

4. a) Hinweise zur Konstruktion des Rechtecks $ABCD$ mit Beschriftung der Eckpunkte
Zeichnen der Seite a und der Senkrechte im Punkt B
Zeichnen der Diagonalen e
Zeichnen der Seiten c und d

b) Hinweise zur Konstruktion des Parallelogramms $ABCD$ mit Beschriftung der Eckpunkte
z. B.
Zeichnen der Seite a und Abtragen des Winkels β
Zeichnen von e
Zeichnen der parallelen Seite zu a
Zeichnen der parallelen Seite zu b

c) Hinweise zur Konstruktion des Trapezes $ABCD$ mit Beschriftung der Eckpunkte
z. B.
Zeichnen der Seite a
Abtragen des Winkels α
Abtragen des Winkels β
Zeichnen der parallelen Seite im Abstand von h_a

---

5. a) Gesamtkosten: 8868 €
$A_1 = 10 \text{ m} \cdot 3{,}20 \text{ m}$
$A_1 = 32 \text{ m}^2$
$h_2 = 6{,}30 \text{ m} - 3{,}20 \text{ m} = 3{,}10 \text{ m}$
$A_2 = (10 \text{ m} + 8 \text{ m}) : 2 \cdot 3{,}10 \text{ m}$
$A_2 = 9 \text{ m} \cdot 3{,}10 \text{ m}$
$A_2 = 27{,}9 \text{ m}^2$
$A_{\text{Seitenfläche}} = 32 \text{ m}^2 + 27{,}9 \text{ m}^2 + 14 \text{ m}^2 = 73{,}9 \text{ m}^2$
$73{,}9 \text{ m}^2 \cdot 120$ € $/\text{m}^2$

b) $h = 9{,}8 \text{ m}$
$14 \text{ m}^2 \cdot 2 = 28 \text{ m}^2$
$28 \text{ m}^2 : 8 \text{ m} = 3{,}5 \text{ m}$
$h = 6{,}3 \text{ m} + 3{,}5 \text{ m}$

---

6. a) $V = 206{,}264$ Liter
$120 \text{ cm} - 2 \text{ cm} = 118 \text{ cm}$
$40 \text{ cm} - 2 \text{ cm} = 38 \text{ cm}$
$50 \text{ cm} - 1 \text{ cm} - 3 \text{ cm} = 46 \text{ cm}$
$V = 118 \text{ cm} \cdot 38 \text{ cm} \cdot 46 \text{ cm}$
$V = 4484 \text{ cm}^2 \cdot 46 \text{ cm}$
$V = 206\,264 \text{ cm}^3$

b) $h = 62{,}5 \text{ cm}$
$300 \text{ Liter} = 300\,000 \text{ cm}^3$
$80 \text{ cm} \cdot 60 \text{ cm} = 4800 \text{ cm}^2$
$300\,000 \text{ cm}^3 : 4800 \text{ cm}^2$

c) $21\,000 \text{ g}$
$1600 \text{ cm}^3 \cdot 4 = 6400 \text{ cm}^3$
$6400 \text{ cm}^3 + 2000 \text{ cm}^3 = 8400 \text{ cm}^3$
$8400 \text{ cm}^3 \cdot 2{,}5 \text{ g/cm}^3$

7. a) 6 und 1

z. B. „Da es die größten Flächen sind.“

b) $\frac{2}{5}$ oder 0,4

$\frac{80}{200}$

c) (1) P(5)= 2 %

P(4) = 5 %

P(6) = P(1) = 43 %

100 % − 2 · 2 % − 2 · 5 %

= 86 %

86 % : 2

(2) P(2;3) = 0,1 % (oder 0,001 oder $\frac{1}{1000}$)

P(2;3) = 0,02 · 0,05