LÖSUNGEN AUFGABENGRUPPE A – PFLICHTAUFGABEN

P1. a) 15 g
b) 50 g
24 Zimtsterne wiegen 360 g.

P2. a) 40 %
b) 50 %
100 % sind 60 Plätzchen.

P3. $\alpha = 62°$
$\beta = 33°$
$\delta = 66°$

P4. a) $\frac{5}{10} \cdot \frac{4}{9} \left(= \frac{2}{9}\right)$
b) $2 \cdot \frac{3}{10} \cdot \frac{2}{9} \left(= \frac{2}{15}\right)$
alternativ: $\frac{3}{10} \cdot \frac{2}{9} + \frac{2}{10} \cdot \frac{3}{9}$

P5. a) (1), (2), (5)
b) (1), (4)
c) (1), (5)

P6. a) -11
b) -15
c) $\frac{2}{9}$

P7. $a = 50$
$b = 20$
$c = 75$

P8. a) $U = 8a + 2b$ (oder gleichwertiger Term)
b) $A = \frac{1}{2} \cdot (9a^2 - a^2)$ oder $A = 4a^2$ (oder gleichwertiger Term)

LÖSUNGEN AUFGABENGRUPPE A – WAHLAUFGABEN

W1. a) $\mathbb{L} = \{1\}$ oder $x = 1$, denn
$$\begin{aligned} 55 - 33x &= -11 + 33x \\ 66 &= 66x \end{aligned}$$

b) $\mathbb{L} = \{7\}$ oder $x = 7$, denn
$$\begin{aligned} x^2 + 3x + 4 &= 2x^2 + 25 - x^2 \\ 3x + 4 &= 25 \\ 3x &= 21 \end{aligned}$$

c) $\mathbb{L} = \{\ldots; -2; -1; 0; 1\}$, denn

$$\begin{aligned} -9x^2 + 40 - 15x &\geq 45x - 9x^2 + 15 - 3x - 32x \\ 40 - 15x &\geq 10x + 15 \\ 25 &\geq 25x \\ 1 &\geq x \end{aligned}$$

d) $\mathbb{L} = \{-1; 0; 1\}$

Begründung (möglich, aber nicht notwendig):

$$\begin{aligned} \frac{1}{9}x^2 - 1 &< -\frac{2}{3} \\ \frac{1}{9}x^2 &< \frac{1}{3} \\ x^2 &< 3 \end{aligned}$$

alternativ:

$$\begin{aligned} (x+3)\cdot(x-3) &< -6 \\ x^2 - 9 &< -6 \\ x^2 &< 3 \end{aligned}$$

W2. a) Hinweise zur Konstruktion des Dreiecks ABC:
Zeichnen der Seite $a = |BC|$
Antragen von Winkel γ in C
Kreis um B mit Radius $c = |BA|$ schneidet
freien Schenkel von γ in A.

b) Hinweise zur Konstruktion des Dreiecks ABC:
Parallelstreifen im Abstand h_c
Markierung von Punkt C auf der oberen Parallele
Kreis um C mit Radius b schneidet untere
Parallele in A.
Verdopplung des Winkels mit den Schenkeln
b und h_c
freier Schenkel dieses verdoppelten Winkels
schneidet untere Parallele in B.
alternativ:
Wegen $a = b$ (d. h. Achsensymmetrie) liefert der o. g. Kreisbogen um C
bereits A und B als Schnittpunkte mit der unteren Parallele.

c) Hinweise zur Konstruktion des Dreiecks ABC:
Parallelstreifen im Abstand h_c
Markierung von Punkt C auf einer Parallele
Kreis um C mit Radius b schneidet andere
Parallele in A (mit $\alpha < 90°$).
Parallele zu b im Abstand h_b schneidet andere
Parallelen in zwei Punkten.
Wahl von Punkt B so, dass h_c senkrecht zu $\overline{AB}$ ist.

W3. a) (1) 9 $(= 2 \cdot 5 - 1)$
5 Fliesen pro Reihe bedeutet 5 Fliesen in *einer* Diagonalen.
Die Fliese auf dem Kreuzungspunkt der Diagonalen darf
nur einmal gezählt werden.

(2) 8

(3) 2400
Eine Reihe besteht aus 50 Fliesen.
Die Diagonalen bestehen insgesamt aus 100 Fliesen.

(4) 100
Eine Reihe besteht aus 11 Fliesen.
Das große Quadrat besteht aus 121 Fliesen.

b) (1) 36
$(28 + 4) : 4 = 8$ Fliesen in einer Reihe
Das innere weiße Quadrat hat 6 Fliesen pro Reihe.

(2) Ja.
rechnerische Begründung (zwei von drei der folgenden Argumente)
(i) $396 + 9604 = 10\,000 = 100^2$, d. h. 100 Fliesen pro Reihe
(ii) $(396 + 4) : 4 = 100$ Fliesen pro Reihe
(iii) Das innere weiße Quadrat besteht aus $98 \cdot 98$ Fliesen.
$98^2 = 9604$

W4. a) $\frac{2}{6}\left(=\frac{1}{3}\right)$

b) $\frac{4}{6}\left(=\frac{2}{3}\right)$

c) $\frac{1}{6}\cdot\frac{4}{6}\left(=\frac{4}{36}=\frac{1}{9}\right)$

d) (1) $\frac{1}{6}\cdot\frac{4}{6}+\frac{3}{6}\cdot\frac{2}{6}+\frac{2}{6}\cdot\frac{3}{6}\left(=\frac{16}{36}=\frac{4}{9}\right)$

(2) Alle sechs Kugeln in der Urne A müssen weiß sein.
Bgeründung
z. B. $50\% = \frac{18}{36}$
$\frac{3}{6}\cdot\frac{2}{6}+\frac{2}{6}\cdot\frac{3}{6}=\frac{12}{36}$
$\frac{18}{36}-\frac{12}{36}=\frac{6}{36}=\frac{1}{6}\cdot\frac{\mathbf{6}}{6}$

e) Der Spieler würfelt eine gerade Augenzahl (Urne B) und verliert.

f) Schwarz
Das erhöht immer die Chance, in einer der Urnen weiß zu ziehen, denn $\frac{\text{Anzahl weiß}}{6} < \frac{\text{Anzahl weiß}}{5}$.

MATHEMATIK-WETTBEWERB DES LANDES HESSEN 2021/2022 1. RUNDE

LÖSUNGEN AUFGABENGRUPPE B – PFLICHTAUFGABEN

P1. a) 400
b) 11
c) 0,7 $\left(\text{oder } \frac{7}{10}\right)$

P2. a) 2,00 €
b) 225 g
75 g kosten 1,00 €.

P3. a) 20
b) -16
c) 16

P4.	5060 Besucher 100 % entsprechen 4400 Besuchern. 15 % entsprechen 660 Besuchern.		
P5.	$\alpha = 70°$ $\beta = 110°$ $\gamma = 40°$		
P6.	Konstruktion des Dreiecks ABC mit Beschriftung der Eckpunkte Konstruktion der Seite c und Antragen des Winkels α Vorhergehendes und Antragen des Winkels β (Abweichungen von ± 1 mm oder ± 1°C sind zu akzeptieren.)		
P7.	a) b) c)	(2) (4) (3)	
P8.	a) b)	24 cm^2 A (eine Fläche) = 4 cm^2 oder „sechs Flächen" 125 Würfel	

LÖSUNGEN AUFGABENGRUPPE B – WAHLAUFGABEN

W1.	a) (1) (2) (3) b)	$\mathbb{L} = \{2\}$ oder $x = 2$ $3x = 6$ $\mathbb{L} = \{-5\}$ oder $x = -5$ $2x = -10$ $\mathbb{L} = \{10\}$ oder $x = 10$ $6x - 21 = -1 + 4x$ $2x = 20$ z. B. „Ja, der Umfang beider Figuren beträgt 12x."
W2.	a) b) c) d) e)	52,5 g 350 : 100 = 3,5 3,5 · 15 270 g 32,4 : 12 = 2,7 Birnen 39,2 g : 400 g = 0,098 0,098 = 9,8 % 640 g 750 g · 0,128 = 96 g 96 g : 0,15 Birne/Orange Kiwi/Ananas
W3.	a) (1)	Hinweise zur Konstruktion mit Beschriftung Zeichnen der Seite a und Antragen von α Abtragen von b (oder d)

Antragen von $\beta = \alpha$
Vervollständigen zum Trapez

(2) Hinweise zur Konstruktion mit Beschriftung
Zeichnen der Seite a
Antragen von β
Abtragen von e
Vervollständigen zum Trapez
(z. B. durch Antragen von α oder Abtragen von f)

(3) Hinweise zur Konstruktion mit Beschriftung
Zeichnen der Seite a
Einzeichnen von $h_a = 2{,}5$ cm
Abtragen von f
Vervollständigen zum Trapez
(z. B. durch Abtragen von e)

b) (1) wahr
(2) wahr
(3) falsch

W4. a) Der Körper besteht aus Aluminium.
20 cm^3 entsprechen 54 g.
10 cm^3 entsprechen 27 g.
1 cm^3 entspricht 2,7 g.

b) 237 g
$V = 4\ (\text{cm}) \cdot 3\ (\text{cm}) \cdot 2{,}5\ (\text{cm})$
$30\ (\text{cm}^3)$
$30\ (\text{cm}^3) \cdot 7{,}9\ (\text{g}/\text{cm}^3)$

c) 5 cm^3
$96{,}5\ (\text{g}) : 19{,}3\ (\text{g}/\text{cm}^3)$

d) Gold

e) D
$0{,}9 \cdot 8{,}9\ \text{g} + 0{,}1 \cdot 7{,}3\ \text{g} = 8{,}74\ \text{g} \approx 8{,}7\ \text{g}$

LÖSUNGEN AUFGABENGRUPPE C – PFLICHTAUFGABEN

P1. a) 1,82
b) 18
c) 0,9

P2. a) 300 g < 3 kg
b) 34 cm < 360 mm
c) 2,5 h = 150 min

P3. a) $\frac{1}{4}$
b) korrekte Zeichnung mit eingefärbter Strecke von 6 cm Länge
z. B. korrekte Einteilung der Strecke in Fünftel

P4. 64 %
25 Jugendliche entsprechen 100 %.
1 Jugendlicher entspricht 4 %.

P5. 13 (Pizzen)
800 g entsprechen 4 Pizzen.
200 g entsprechen 1 Pizza.

P6. Konstruktion des Dreiecks ABC mit Beschriftung der Eckpunkte
z. B.
Zeichnen der Seite c und Antragen von α
Vorhergehendes und Abtragen der Seite b

P7. a) $A_{\text{Quadrat}} = 36\ \text{cm}^2$
b) $A_{\text{Dreieck}} = 4{,}5\ \text{cm}^2$
z. B. $A_{\text{Dreieck}} = 36\ \text{cm}^2 : 8$

P8. a) 60 (Liter)
b) Montag, Donnerstag und Freitag

c) 80 (Liter)

LÖSUNGEN AUFGABENGRUPPE C – WAHLAUFGABEN

W1. a) 0,45 €
14,75 € : 5
= 2,95 €
3,40 € − 2,95 €
b) 6,08 €
7,60 € · 4
= 30,40 €

30,40 € : 5

c) (1) 9,00 €

z. B.

300 g entsprechen 10,80 €.

50 entsprechen 1,80 €.

(2) „Nein, sie hat nicht recht." mit Rechnung

z. B.

10,80 € entsprechen 300 g.

3,60 € entsprechen 100 g.

7,20 € entsprechen 200 g.

W2. a) Konstruktion des Sechsecks $ABCDEF$ mit Beschriftung

z. B.

Zeichnen des Quadrates $ABDE$ mit der Seitenlänge $a = 5$ cm

Halbierung der Strecke $\overline{AE}$

und Einzeichnen der Dreieckshöhe $h = 4$ cm

Halbierung der Strecke $\overline{BD}$

und Einzeichnen der Dreieckshöhe $h = 4$ cm.

Verbinden zum Sechseck $ABCDEF$

und Beschriftung

b) $\alpha = 148°$

c) (1) $|BC| \approx 4{,}7$ cm (genauerer Wert: 4,71699…)

(2) $U = 28{,}8$ cm (mit Wert aus c) (1), genauerer Wert: 28,86796…)

z. B. mit dem Wert aus c) (1): $U = 2 \cdot 5 \text{ cm} + 4 \cdot 4{,}7 \text{ cm}$

d) $A_{\text{Sechseck}} = 45 \text{ cm}^2$

z. B. $A_{\text{Dreieck}} = \dfrac{g \cdot h}{2}$

$A_{\text{Dreieck}} = \dfrac{5 \text{ cm} \cdot 4 \text{ cm}}{2}$

$A_{\text{Dreieck}} = 10 \text{ cm}^2$

$A_{\text{Quadrat}} = a \cdot a$

$A_{\text{Quadrat}} = 5 \text{ cm} \cdot 5 \text{ cm} = 25 \text{ cm}^2$

$A_{\text{Sechseck}} = 2 \cdot 10 \text{ cm}^2 + 25 \text{ cm}^2$

alternativ:

Umformung zum Rechteck mit 9 cm Breite und 5 cm Länge

W3. a) 70 %

z. B. 80 Schülerinnen und Schüler entsprechen 100 %.

1 Schülerin oder Schüler entspricht 1,25 %.

b) 612 (Schülerinnen und Schüler)

100 % entsprechen 680 Schülerinnen und Schülern.

10 % entsprechen 68 Schülerinnen und Schülern.

c) (1) 220 (Schülerinnen und Schüler)

80 % entsprechen 176 Schülerinnen und Schülern.

10 % entsprechen 22 Schülerinnen und Schülern.

(2) Streifendiagramm mit Beschriftung

gezeichnetes Rechteck mit 5 cm Länge
korrekt unterteiltes Rechteck mit Markierung bei 4 cm Länge

W4. a)

Schicht	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Anz. Z.stück./Schicht	1	4	9	**16**	**25**	**36**	**49**	**64**	**81**

b) 12 (Schichten)

c) 55 (Zuckerstückchen)
1 + 4 + 9 + 16 + 25

d) 8 (Schichten)
z. B.
55 + 36 + 49 + 64
= 204
bis zur 9. Schicht: 285 Würfel

e) 13 (Schichten)
z. B.
mittlere Schicht entspricht der 7. Schicht
6 Schichten nach oben und unten