LÖSUNGEN **AUFGABENGRUPPE A**

---

1. a) $\mathbb{L} = \{-32; 2\}$
   $(x+32)^5 = 0$ oder $x^5 - 32 = 0$
   $x + 32 = 0$ oder $x^5 = 32$
   $x = -32$ oder $x = 2$

   b) $\mathbb{L} = \{0; 16\}$
   $2x^5 = 2x^5 - 128 \cdot x^4 + 2048x^3$
   $128x^4 = 2048x^3$
   $x = 0$ oder $x = 16$

   c) $\mathbb{L} = \{-31; -30; -29; \ldots\}$
   $(x+32)^5 \cdot (64x - 8) - (x+32)^7 < 0$
   $(x+32)^5 \cdot [64x - 8 - (x+32)^2] < 0$
   $64x - 8 < (x+32)^2$ oder $(64x - 8) > (x+32)^2$
   $-8 < x^2 + 1024$ oder $-8 > x^2 + 1024$
   $-x^2 - 1032 < 0$ gilt immer.
   $(x+32)^5 \cdot [-x^2 - 1032] < 0$
   $(x+32)^5 > 0$ und $-x^2 - 1032 < 0$
   $x + 32 > 0$ und $x^2 > -1032$

   d) $\mathbb{L} = \{-7; -6; -4; -3\}$
   $(x+5)^2$ ist für $x \neq -5$ immer größer Null.
   1. Fall:
   $(x^5 + 32) < 0$ und $(x+8) > 0$
   $x^5 < -32$ und $x > -8$
   $x < -2$ und $x > -8$
   $\mathbb{L}_1 = \{-7; -6; -5; -4; -3\}$
   2. Fall:
   $(x^5 + 32) > 0$ und $(x+8) < 0$
   $x^5 > -32$ und $x < -8$
   $x > -2$ und $x < -8$
   $\mathbb{L}_2 = \{\ \}$

---

2. a) Zeichnen eines Quadrates oder einer Raute mit Inkreis

   b) z. B. Rechteck

   c) (1) Die Dreiecke AEM und AMH sind kongruent (SsW):
   $\sphericalangle MEA = \sphericalangle AHM = 90°$
   $|EM| = |HM| = r$
   gemeinsame Seite $\overline{AM}$
   $\Rightarrow \overline{AE} = \overline{AH}$
   bei den anderen drei Ecken analog: $|EB| = |BF|, |DG| = |HD|$,
   $|GC| = |FC|$
   $|AE| + |EB| + |DG| + |GC| = |AH| + |HD| + |BF| + |FC|$

   (2) Hinweise zur Konstruktion des Trapezes:
   mit c) (1):
   $|AB| = 11$ cm

$|DA| = 7$ cm
Zeichnen der Strecke $\overline{AB}$
Kreis um A bzw. B mit Radius 7 cm
Senkrechten in den Punkten auf $\overline{AB}$, die von der Mitte von $\overline{AB}$
einen Abstand von 1,5 cm haben
Punkte D und C jeweils als Schnittpunkt eines Kreises mit einer Senkrechten

d) Wegen der Kongruenz aus c) (1) gilt:
$\sphericalangle AME = \sphericalangle HMA$
bei den anderen Ecken analog:
$\sphericalangle EMB = \sphericalangle BMF$
$\sphericalangle FMC = \sphericalangle CMG$
$\sphericalangle GMD = \sphericalangle DMH$
Alle zweimal vier Winkel ergeben zusammen 360°.
Weil die Winkel paarweise gleich groß sind, ergibt sich die Behauptung.

e) $A_{\text{Tangentenviereck}} = A_{ABM} + A_{BCM} + A_{CDM} + A_{DAM}$
$= \frac{1}{2} \cdot a \cdot r + \frac{1}{2} \cdot b \cdot r + \frac{1}{2} \cdot c \cdot r + \frac{1}{2} \cdot d \cdot r$
$= \frac{1}{2} \cdot r \cdot (a + c + b + d)$
$= \frac{1}{2} \cdot r \cdot 2 \cdot (a + c)$
$= r \cdot (a + c)$

---

3. a) (1) korrekte Zeichnung mit drei Punkten
(2) Mittelsenkrechte von Strecke $\overline{AB}$
alternativ: Strecke (oder Gerade) senkrecht zur x-Achse durch M_{AB}

b) (1) korrekte Konstruktion

(2) kleinste Entfernung 4 (LE), größte Entfernung 12 (LE)
(3) Zeichnen des Kreises
Mittelpunkt $M_2(8|0)$, Radius $r_2 = 4$

c) Mittelpunkt $M_3(6{,}75|0)$
Radius $r_3 = 2{,}25$
$x_{\min} = 4{,}5$ oder $x_{\max} = 9$

d) $n = 5$
$r_n = 1{,}25$
$x_{\min} = 5$ oder $x_{\max} = 7{,}5$

---

4. a) (1) $(x-1) \cdot (x+1) \cdot (x^2+1) + 1 = (x^2-1) \cdot (x^2+1) + 1 = x^4 - 1 + 1 = x^4$
(2) $1 + (x^2 + x + 1) \cdot (x-1) = 1 + x^3 - x^2 + x^2 - x + x - 1 = x^3$

b) $x^2 - 4 = z \cdot (w - 1)$

c) (1) Wir betrachten $n, n+1, n+2$, wobei stets gelten soll: $3|n$
Fall 1: $3|n \Rightarrow 3|n^2$
Fall 2: 3 teilt nicht $n+1$
$(n+1)^2 = n^2 + 2n + 1$
Wegen $3|n$ gilt $3|n^2$ und $3|2n$, d. h. es bleibt der Rest 1.
Fall 3: 3 teilt nicht $n+2$
$(n+2)^2 = n^2 + 4n + 3 + 1$
Wegen $3|n$ gilt $3|n^2$ und $3|4n$ und $3|3$, d. h. es bleibt der Rest 1.
(2) $n^2 + (n+1)^2 + (n+2)^2 = n^2 + n^2 + 2n + 1 + n^2 + 4n + 3 + 1$
$= 3n^2 + 6n + 3 + 2$
Es bleibt also beim Dividieren durch 3 stets der Rest 2.

Eine Quadratzahl kann nach c) (1) bei der Division durch 3 nur den Rest 0 oder 1 haben.

---

5. a) $F_6 = \left(\frac{0}{1}; \frac{1}{6}; \frac{1}{5}; \frac{1}{4}; \frac{1}{3}; \frac{2}{5}; \frac{1}{2}; \frac{3}{5}; \frac{2}{3}; \frac{3}{4}; \frac{4}{5}; \frac{5}{6}; \frac{1}{1}\right)$

$F_7 = \left(\frac{0}{1}; \frac{1}{7}; \frac{1}{6}; \frac{1}{5}; \frac{1}{4}; \frac{2}{7}; \frac{1}{3}; \frac{2}{5}; \frac{3}{7}; \frac{1}{2}; \frac{4}{7}; \frac{3}{5}; \frac{2}{3}; \frac{5}{7}; \frac{3}{4}; \frac{4}{5}; \frac{5}{6}; \frac{6}{7}; \frac{1}{1}\right)$

b) (1) $F_4 \to F_5$: 4

(2) $F_6 \to F_7 : 6$

c) Es können nur Brüche mit dem Nenner 6 dazukommen,
denn $\frac{1}{6}$ und $\frac{5}{6}$ sind gekürzt,
$\frac{2}{6}$, $\frac{3}{6}$ und $\frac{4}{6}$ nicht, die sind aber schon dabei
(alternativ: sie widersprechen dem Bildungsgesetz).

d) $\frac{1}{8}; \frac{3}{8}; \frac{5}{8}; \frac{7}{8}$

e) (1) $F_{10} \to F_{11}$

(2) Es geschieht immer beim Übergang nach F_p (wobei p eine Primzahl ist).

(3) Dann sind nämlich alle Zähler $z < p$ teilerfremd zu p und
damit alle Brüche $\frac{z}{p}$ gekürzt.

(4) $(n-1)$ Brüche mit dem Nenner n kommen dazu,
damit ist die Summe der Nenner $(n-1)\cdot n$
Die Zähler dieser Brüche sind kleiner als n,
und da sie alle teilerfremd zu n sind,
kommen sie alle genau einmal vor.
Summe der Zähler: $1 + 2 + \ldots + (n-1) = \frac{1}{2}\cdot(n-1)\cdot n$

---

6. a) (1) $\frac{4}{5}\cdot\frac{1}{4}$

(2) $\frac{4}{5}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{1}$

b) Kürzen der Faktoren

c) (1) $\frac{4}{5}\cdot\frac{1}{5}$

(2) $\frac{4}{5}\cdot\frac{4}{5}\cdot\frac{4}{5}\cdot\frac{1}{5}$

(3) $\frac{1}{5}+\frac{4}{5}\cdot\frac{1}{5}+\frac{4}{5}\cdot\frac{4}{5}\cdot\frac{1}{5}$

d) Er zieht innerhalb der ersten sechs Versuche nicht den richtigen Schlüssel.

e) 3-mal
$1 - 0{,}8^n \geq 0{,}4$

LÖSUNGEN/BEWERTUNGEN **AUFGABENGRUPPE B**

Für jede Aufgabe ist die angegebene Gesamtpunktzahl sowie die Verteilung auf die Teilfragen verbindlich. Die angegebenen Teillösungen sind lediglich als Beispiele anzusehen. Für Teillösungen und Lösungsansätze sind Punkte zu gewähren. Bei Folgefehlern erfolgt kein erneuter Punktabzug. Von jeder Schülerin/jedem Schüler werden vier Aufgaben gewertet.

---

1. a) $\mathbb{L} = \{-1; 0; 1; \ldots\}$
$4x^2 + 8x + 4 \geq 4x^2 - 8$
$8x \geq -12$
$x \geq -1{,}5$

b) $\mathbb{L} = \{1\}$ oder $x = 1$
$8x^2 - 2x - 6 = 8x^2 - 8$
$-2x = -2$

c) (1) $(a+5) \cdot (b+1) = a \cdot b + 18$ oder $(a+5) \cdot (b+1) = A + 18$

(2) $(3|2)$ oder $(8|1)$

---

2. a) (1) 23,835 (TWh)
$100 - 79 = 21$
$113{,}5 \cdot 21$
$= 2383{,}5$

(2) 493 (TWh)
$113{,}5 \cdot 100 = 11350$
$11350 : 23$
$= 493{,}4\ldots$

(3) 129 (TWh)
z. B.
113,5 entsprechen 88 %.
$113{,}5 \cdot 100 : 88$
$= 128{,}9\ldots$

b) (1) um 6,25 %
$113{,}5 + 48{,}6 + 19{,}7 + 43{,}2 = 225$
z. B.
$225 : 240$
$0{,}9375$
$1 - 0{,}9375 = 0{,}0625$

(2) „Finn hat nicht recht.“ mit Begründung
z. B.
Verweis auf unterschiedliche Grundwerte

---

3. a) (1) Hinweise zur Konstruktion des gleichseitigen Dreiecks
Zeichen der Seite $a = 6$ cm

(2) Hinweise zur Konstruktion des achsensymmetrisches Trapezes
z. B. $a = 8$ cm, $b = d = 3$ cm, $c = 4$ cm
Erkennen, dass $a||c$
Erkennen, dass $b = d$

b) Hinweise zur Konstruktion eines Rechtecks
Zeichnen zweier 6 cm langer Diagonalen, die einander halbieren

c) (1) Hinweise zur Konstruktion des regelmäßigen Sechsecks
z. B.

Zeichnen eines Kreises mit $r = 2{,}5$ cm
sechsmaliges Abtragen von r an der Kreislinie

(2) Hinweise zur Konstruktion des regelmäßigen Sechsecks
z. B.
Konstruktion eines gleichschenkligen Dreiecks mit Basis c = 5 cm
sowie $\alpha = \beta = 30°$

---

4. a) (1)

Quadrat mit Seitenlänge...	Umfang (in cm)	Flächeninhalt (in cm^2)
$a = 7$ cm	**28**	**49**
2-fachem a	**56**	**196**
8-fachem a	224	**3136**

(2) „Malte hat Recht." mit Begründung
z. B.
$xa \cdot xa = x^2a^2$

(3.1) Der Umfang ver-5-facht sich.

(3.2) Die Fläche ist nur noch ein Viertel der Ausgangsfläche.

b) (1) (1|24), (2|12), (3|8), (4|6)

(2) (1|24)
$U = 50$ cm

c) (1) 96 cm^2

(2) 40 cm

---

5. a) 120 Möglichkeiten
$1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5$

b) 24 Möglichkeiten
$1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4$

c) 12 Möglichkeiten
$1 \cdot 2 \cdot 3 = 6$
$2 \cdot 6$

d) Angabe aller 12 Möglichkeiten

C A D B E   C B D A E
C A E B D   C B E A D
D A C B E   D B C A E
D A E B C   D B E A C
E A C B D   E B C A D
E A D B C   E B D A C

e) 72 Möglichkeiten
$2 \cdot 18$ oder $3 \cdot 12$

---

6. a) 30 Quadrate
$16 \cdot 1{\times}1$-Quadrate
$9 \cdot 2{\times}2$-Quadrate
$4 \cdot 3{\times}3$-Quadrate
$1 \cdot 4{\times}4$-Quadrat

b) 91 Quadrate

c) Es gibt 42 verschieden große Quadrate.

d) Figur 10

e) (1) 9 Rechtecke

(2) 36 Rechtecke

Für jede Aufgabe ist die angegebene Gesamtpunktzahl sowie die Verteilung auf die Teilfragen verbindlich. Die angegebenen Teillösungen sind lediglich als Beispiele anzusehen. Für Teillösungen und Lösungsansätze sind Punkte zu gewähren. Bei Folgefehlern erfolgt kein erneuter Punktabzug. Von jeder Schülerin/jedem Schüler werden vier Aufgaben gewertet.

---

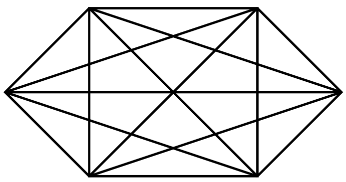
1. a) (1) $x = 2$
$6{,}5x + 2{,}4 = 3{,}6x + 8{,}2$
$2{,}9x + 2{,}4 = 8{,}2$
$2{,}9x = 5{,}8$
(2) $x = -6$
$3 \cdot (4x + 5) = -57$
$12x + 15 = -57$
$12x = -72$
(3) $x = 4$
b) $x = 8$
$8x - 24 = 3x + 16$
$5x - 24 = 16$
$5x = 40$

---

2. a) 1006,25 km
8 Liter entsprechen 100 km.
1 Liter entspricht 12,5 km.
b) 48,3 Liter
z. B.
100 % entsprechen 80,5 Liter.
10 % entsprechen 8,05 Liter.
40 % entsprechen 32,2 Liter.
80,5 Liter − 32,2 Liter
c) 9,27 €
100 km entsprechen 8 Liter.
1 km entsprechen 0,08 Liter.
61 km entsprechen 4,88 Liter.
4,88 Liter · 1,90 €/Liter
= 9,272 €

---

3. a) korrekt übertragenes Koordinatensystem mit dem Dreieck ABC
korrektes Koordinatensystem
b) korrekt eingezeichnete Gerade g
c) korrekte Spiegelung, Verbindung zum Dreieck und Beschriftung
$A = A'$
$B'(4|-1)$
$C'(-2|-1)$
d) (1) verschobener Punkt (1|2)
(2) verschobener Punkt (0|2)
(3) korrekte Begründung
z. B.
„Der Flächeninhalt des Dreiecks ABC verändert sich nicht,
da die Grundseite und die Höhe des Dreiecks immer gleich bleibt.“

4.	a)	$x = 15$ cm
		$y = 9$ cm
	b)	$U = 90$ cm
		z. B.
		$U = 15 \text{ cm} + 5 \cdot 6 \text{ cm} + 15 \text{ cm} + 9 \text{ cm} + 12 \text{ cm} + 9 \text{ cm}$
	c)	$A_{\text{grau}} = 270 \text{ cm}^2$
		z. B.
		$a = 27$ cm
		$b = 18$ cm
		$A_{\text{Rechteck ABCD}} = 27 \text{ cm} \cdot 18 \text{ cm}$
		$A_{\text{Rechteck ABCD}} = 486 \text{ cm}^2$
		$A_{\text{Quadrat}} = 6 \text{ cm} \cdot 6 \text{ cm} = 36 \text{ cm}^2$
		$3 \cdot A_{\text{Quadrat}} = 108 \text{ cm}^2$
		$A_{\text{Rechteck klein}} = 12 \text{ cm} \cdot 9 \text{ cm}$
		$A_{\text{Rechteck klein}} = 108 \text{ cm}^2$
		$A_{\text{grau}} = 486 \text{ cm}^2 - 108 \text{ cm}^2 - 108 \text{ cm}^2$
5.	a)	558 cm^2
		z. B.
		$9 \text{ cm} \cdot 15 \text{ cm}$
		$= 135 \text{ cm}^2$
		$54 \text{ cm}^2 + 90 \text{ cm}^2 + 135 \text{ cm}^2$
		$= 279 \text{ cm}^2$
		$279 \text{ cm}^2 \cdot 2$
	b)	$c = 6$ cm
		z. B.
		$54 \text{ cm}^2 : 9 \text{ cm}$
	c)	810 cm^3
		z. B.
		$V = 54 \text{ cm}^2 \cdot 15 \text{ cm}$
	d)	240 (Würfel)
		zählbare Würfel der Kante a: 6 (Würfel)
		6 cm : 1,5 cm = 4 (Würfel)
		15 cm : 1,5 cm = 10 (Würfel)
		$6 \cdot 4 \cdot 10$
	e)	5 cm
		z. B.
		$4 \text{ cm} \cdot 6{,}5 \text{ cm}$
		$= 26 \text{ cm}^2$
		$130 \text{ cm}^3 : 26 \text{ cm}^2$
6.	a)	beliebiges 6-Eck mit korrekt eingezeichneten 9 Diagonalen
		Zeichnen eines beliebigen 6-Ecks
		z. B.
		
	b)	35 Diagonalen
		$20 + 7 + 8$
	c)	12-Eck
	d)(1)	560 (Diagonalen)
		$35 \cdot 32$

$= 1120$
$1120 : 2$
(2) 20-Eck
z. B.
$170 \cdot 2$
$= 340$
Finden der beiden Faktoren mit einer Differenz von 3,
sodass das Produkt 340 entsteht, durch Probieren:
$19 \cdot 16 = 304 \neq 340$
$20 \cdot 17 = 340$