LÖSUNGEN — **AUFGABENGRUPPE A**

---

1. a) $\mathbb{L} = \{-32; -4; 0; 4\}$
$2x^3 \cdot (x^2 - 16) \cdot (x + 32)^5 = 0$
$2x^3 = 0$ oder $(x^2 - 16) = 0$ oder $(x + 32)^5 = 0$
$x = 0$ oder $x^2 = 16$ oder $x + 32 = 0$

b) $\mathbb{L} = \{-5; -4; -3; 6; 7; 8; \ldots\}$
$(x^2 - 32) > 0$ und $(x^5 + 32) > 0$ oder
$(x^2 - 32) < 0$ und $(x^5 + 32) < 0$
$x^2 > 32$ und $(x^5 > -32)$ oder $x^2 < 32$ und $(x^5 < -32)$
$(x \geq 6$ oder $x \leq -6)$ und $x > -2$ oder $(-5 \leq x \leq 5)$ und $x < -2$
$x \geq 6$ oder $-5 \leq x < -2$

c) $\mathbb{L} = \{-1; 0; 1; \ldots; 32\}$
$(x - 32)^5 = 0 \Rightarrow x = 32$
Fall I: $(x - 32)^5 > 0 \Rightarrow x > 32$
$x^5 + 32 < 1$
$x^5 < -31$
$x < -2$
$\mathbb{L}_1 = \{\ \}$
Fall II: $(x - 32)^5 < 0 \Rightarrow x < 32$
$x^5 + 32 > 1$
$x^5 > -31$
$x > -1$
$\mathbb{L}_2 = \{-1; 0; 1; \ldots; 31\}$

d) $\mathbb{L} = \{-1\}$
$(x + 2)^4 \neq 0 \Rightarrow x \neq -2$
$32 > (x^5 + 32) \cdot (x + 2)$
$x = 0 \Rightarrow 32 > 64 \Rightarrow$ keine Lösung
$x = -3 \Rightarrow 32 > (-243 + 32) \cdot (-1) \Rightarrow$ keine Lösung
$x = -1 \Rightarrow 32 > 31 \cdot 1 \Rightarrow$ Lösung

---

2. a) Hinweise zur Konstruktion des Dreiecks :
Antragen eines Winkels, beispielsweise α
zwei Parallelen zu den Schenkeln im
Abstand 2 cm schneiden sich in M.
Kreis um M mit $r = 2$cm
Antragen von $\beta : 2 = 18°$ an der Parallelen
zu c mit Scheitel M hat als zweiten Schenkel die
Winkelhalbierende von β.
w_β schneidet c in B.
Antragen von $\beta = 36°$ ergibt Punkt C.

b) (1) Nachweis der Nichtkonstruierbarkeit des Trapezes
Wegen $\alpha = 70°$ ist $\beta = 70°$ und $\gamma = \delta = 110°$.
Wegen $|AB| = |AC|$ ist $\sphericalangle ACB = 70°$ und somit $\sphericalangle DCA = 40°$.

Die Winkelsumme im Dreieck ACD führt auf $\sphericalangle CAD = 30°$.
Dies steht im Widerspruch dazu, dass das Dreieck ACD gleichschenklig ist.
(d. h. $\sphericalangle CAD = 40° \neq 30°$).

(2) Bestimmung von $\alpha = 72°$:
$\beta = \sphericalangle ACB$
$\sphericalangle BAC = 180° - 2\beta = \sphericalangle DCA$ (Wechselwinkel)
$= \sphericalangle CAD$ (gleichschenkliges Dreieck ACD)
Somit ist $\alpha = 2 \cdot (180° - 2\beta) = \beta$
Daraus folgt $\beta = 72°$.
Konstruktion des Trapezes $ABCD$
Antragen von $\alpha = 72°$ und $\beta = 72°$ an die Seite $|AB| = 8$ cm
Kreis um A mit dem Radius $|AC| = 8$ cm schneidet freien Schenkel von β in C.
Parallele zu AB durch C schneidet freien Schenkel von α in D.

---

3. a) (1) $r_A = 3$ cm, $r_B = 5$ cm und $r_C = 1$ cm
Lösung durch Konstruktion:
Konstruktion des Dreiecks ABC nach SSS
Konstruktion des Inkreismittelpunkts M
über zwei Winkelhalbierende der Dreiecksinnenwinkel
Markierung der Berührpunkte B_a, B_b und B_c
des Inkreises mit den Dreiecksseiten
Abmessen der Radien $r_A = |AB_c|$, $r_B = |BB_a|$ und $r_C = |CB_b|$
Lösung durch Rechnung:
$c = r_A + r_B = 8$ cm und $a = r_B + r_C = 6$ cm und $b = r_A + r_C = 4$ cm
Lösen des linearen Gleichungssystems, z. B. über
$r_A = 8 - r_B = 4 - r_C \Leftrightarrow r_B - r_C = 4$ und $r_B + r_C = 6$
$\Rightarrow 2 \cdot r_B = 10 \Leftrightarrow r_B = 5 \Rightarrow r_C = 1 \Rightarrow r_A = 3$

(2) $r_a = 1{,}5$ cm, $r_b = 2{,}5$ cm und $r_c = 0{,}5$ cm
Lösung durch Konstruktion:
Konstruktion des Dreiecks ABC nach SSS
Markierung der Seitenmitten M_a, M_b und M_c
Konstruktion des Inkreismittelpunkts M
des Dreiecks $M_aM_bM_c$
Markierung der Berührpunkte B_a, B_b und B_c
des Inkreises mit den Dreiecksseiten des Dreiecks $M_aM_bM_c$
Abmessen der Radien $r_a = |M_aB_c|$, $r_b = |M_bB_c|$ und $r_c = |M_cB_a|$
Lösung durch Rechnung:
Die Seitenlängen des Seitenmittendreiecks $M_aM_bM_c$ sind
halb so lang wie die ihnen gegenüberliegenden
Seiten des Dreiecks ABC
$r_a + r_b = 4$ cm und $r_b + r_c = 3$ cm und $r_a + r_c = 2$ cm
Lösen des linearen Gleichungssystems wie in (1)

b) $c = 12$ cm, $a = 11$ cm, $b = 7$ cm
Lösung durch Konstruktion:
Strecke $\overline{M_aM_b}$ mit 2 cm + 4 cm = 6 cm Länge,
Strecke $\overline{M_bM_c}$ mit 4 cm + 1,5 cm = 5,5 cm Länge,
Strecke $\overline{M_aM_c}$ mit 2 cm + 1,5 cm = 3,5 cm Länge
Konstruktion des Dreiecks $M_aM_bM_c$ (SSS)
Parallele zu $\overline{M_aM_b}$ durch M_c,

Parallele zu $\overline{M_bM_c}$ durch M_a,
Parallele zu $\overline{M_aM_c}$ durch M_b
Lösung durch Rechnung:
Die paarweisen Summen der Radien entsprechen der Hälfte der Seitenlängen wie folgt:
$r_a + r_b = 0{,}5 \cdot c = 6$ cm, $r_b + r_c = 0{,}5 \cdot a = 5{,}5$ cm und
$r_a + r_c = 0{,}5 \cdot b = 3{,}5$ cm

---

4. a) (1) Es stimmt (mit Begründung).
Angenommen, alle drei Personen sind die Männer m_1, m_2 und m_3. Ist m_1 blond, dann muss m_2 schwarzhaarig sein, damit die Sicht von m_3 stimmt.
Aus Sicht von m_1 muss m_3 blond sein,
aus Sicht von m_2 muss m_3 schwarzhaarig sein, was zum Widerspruch führt.

(2) Alle können weiblich sein, wenn alle die gleiche Haarfarbe haben.

(3) *mmw* ist möglich, wenn die Männer die gleiche Haarfarbe haben und die Frau eine andere.
mww ist nicht möglich, weil drei gleiche Haarfarben (I) widersprechen sowie eine andere und zwei gleiche Haarfarben (II) widersprechen.

b) (1) Das stimmt nicht: Wenn bei vier Männern zwei blond und zwei schwarzhaarig sind, dann sieht jeder bei den drei anderen verschiedene Haarfarben, es ist also möglich.

(2) *wwww* ist nach wie vor möglich, wenn alle die gleiche Haarfarbe haben.
mmmw ist möglich, wenn die drei Männer die gleiche und die Frau eine andere Haarfarbe haben.
mmww ist nicht möglich, weil vier gleiche Haarfarben (I) widersprechen.
Wenn mindestens eine Haarfarbe eine andere ist, widerspricht es (II).
mwww ist nicht möglich, weil wegen (I) die Frauen verschiedene Haarfarben haben müssten, was (II) widerspricht.

---

5. a) (1.1) 7,5 s
25% von $1 \cdot 12$ s $+ 75\%$ von $\frac{1}{2} \cdot 12$ s
3 s $+ 4{,}5$ s oder $\frac{5}{8}$ von 12 s

(1.2) 10,5 s
25% von $\frac{1}{2} \cdot 12$ s $+ 75\%$ von $1 \cdot 12$ s
$1{,}5$ s $+ 9$ s oder $\frac{7}{8}$ von 12 s

b) (1.1) einmal

(1.2) zweimal

(1.3) dreimal

(2.1.1) 4 Umläufe außen, 3 innen
$25\% \cdot 3 = \frac{3}{4}$

(2.1.2) 3 außen, 1 innen
$\frac{1}{9} \cdot 3 = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$

(2.2) Geschwindigkeit des inneren Wagens $= \frac{3}{5}$ der Geschwindigkeit des äußeren Wagens
$\frac{9}{5} = x \cdot 3$
$x = \frac{3}{5}$

---

6. a) (1) $P(6) = \frac{8 \cdot 8}{900}$

(2) $P(4) = 3 \cdot \frac{3 \cdot 8}{900}$

(3) $P(>10) = P(16) + P(13) = \dfrac{9}{900} + 3 \cdot \dfrac{9}{900}$

b) 16

$1\% = \dfrac{9}{900}$

c) $P(16|5) + P(5|16) + P(13|8) + P(8|13) =$

$2 \cdot \left(\dfrac{9}{900} \cdot \dfrac{64 + 3 \cdot 24}{900}\right) + 2 \cdot \left(\dfrac{3 \cdot 9}{900} \cdot \dfrac{3 \cdot 24}{900}\right)$

d) $4x^2 : 900 = 0{,}16$

$4x^2 = 144$

$x^2 = 36$

$x = 6$

Für jede Aufgabe ist die angegebene Gesamtpunktzahl sowie die Verteilung auf die Teilfragen verbindlich. Die angegebenen Teillösungen sind lediglich als Beispiele anzusehen. Für Teillösungen und Lösungsansätze sind Punkte zu gewähren. Bei Folgefehlern erfolgt kein erneuter Punktabzug. Von jeder Schülerin/jedem Schüler werden vier Aufgaben gewertet.

---

1. a) $\mathbb{L} = \{\ldots; 10; 11; 12\}$
$12x^2 + 30x - 48 \leq 12x^2 + 25x + 12$
$5x \leq 60$
$x \leq 12$

b) (1.1) $x = 1$
$x = -1$

(1.2) z. B.
$x = 2$ (allgemein: $x > 1$)
$x = -\frac{1}{2}$ (allgemein: $-1 < x < 0$)

(1.3) z. B.
$x = \frac{1}{2}$ (allgemein: $0 < x < 1$)
$x = -2$ (allgemein: $x < -1$)

(2) Wenn x positiv ist, dann ist die linke Seite der Gleichung negativ, aber die rechte Seite positiv.
Wenn x negativ ist, dann ist die linke Seite der Gleichung positiv, aber die rechte Seite negativ.

---

2. a) (1) Hinweise zur Konstruktion der Raute $ABCD$ mit Beschriftung:
Seitenlänge 5 cm
z. B.
Zeichnen einer Seite und Antragen des Winkels $\alpha = 130°$
Abtragen von 5 cm
auf dem freien Schenkel von α

(2) Hinweise zur Konstruktion der Raute $ABCD$ mit Beschriftung:
Berechnen der zweiten Diagonalen ($|BD| = f = 8$ cm)
Zeichnen der Diagonalen $|AC| = 6$ cm
Zeichnen der zweiten Diagonalen

(3) Hinweise zur Konstruktion der Raute $ABCD$
Zeichnen von $\beta = 130°$
5 cm Parallelenstreifen
zu den beiden Schenkeln

b) (1) Raute $ABCD$ im Koordinatensystem

(2) Drehung der Raute $ABCD$ und Einfärben

(3) Bodo hat recht (mit richtiger Begründung)
z. B. über die Flächeninhalte von Dreiecken und Quadraten
$A_{\text{schraffierte Fläche}} = A_{\text{Quadrat}} + 4 \cdot A_{\text{kleines Dreieck}}$
$= 4 \text{ cm} \cdot 4 \text{ cm} + 4 \cdot (4 \text{ cm} \cdot 1 \text{ cm}) : 2 = 24 \text{ cm}^2$
$A_{\text{nicht schraffierte Fläche der Figur}} = 4 \cdot (A_{\text{großes Dreieck}} - A_{\text{kleines Dreieck}})$
$= 4 \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot (4 \text{ cm} \cdot 4 \text{ cm}) - \frac{1}{2} \cdot (4 \text{ cm} \cdot 1 \text{ cm})\right) = 24 \text{ cm}^2$

---

3. a) 22 %
$\frac{55}{45} = 122{,}222$ %

b) 90 714 Prüfungen

			$100\ \% - 22\ \% = 78\ \%$
			$116\,300 \cdot 0{,}78$
	c)		20 570 Prüfungen
			2009: $112\,200 \cdot 0{,}19 = 21\,318$
			2022: $123\,200 \cdot 0{,}34 = 41\,888$
			$41\,888 - 21\,318$
	d)		Paula hat nicht recht (mit Begründung)
			z. B.
			Die Grundwerte der einzelnen Jahre unterscheiden sich.
	e)		210 000 Fahrprüfungen
4.	a)	(1)	Zeichnen des Rechtecks $DEFG$
		(2)	Zeichnen des Dreiecks ABC
		(3)	Antwort: gleichschenkliges Dreieck
	b)	(1)	Zeichnen des Dreiecks ABC
			Zeichnen des Winkels β und Abtragen der Seite a
		(2)	Zeichnen des Vierecks $DEFG$
			Zeichnen zweier zu b senkrechter Geraden durch A und C
			Zeichnen einer zu b parallelen Geraden durch B
		(3)	Antwort: Quadrat
	c)	(1)	Zeichnen des Dreiecks ABC
			Zeichnen der Seite b
			Antragen des Winkels α
			Antragen des Winkels γ
		(2)	Zeichnen des Vierecks $DEFG$
			Zeichnen einer zu b parallelen Geraden durch B
			Einzeichnen des Punktes E und F mit $\lvert EB\rvert = \lvert BF\rvert = 4$ cm
			Gerade durch A und E und Eintragen von D mit $\lvert DA\rvert = \lvert AE\rvert$
			Gerade durch C und F und Eintragen von G mit $\lvert GC\rvert = \lvert CF\rvert$
5.	a)	(1)	69
		(2)	94
		(3)	21
	b)	(1)	14
		(2.1)	1006
		(2.2)	314
	c)		3; 5; 6; 10; 15; 30
6.	a)	(1)	$\frac{16}{100}$
			$\frac{4}{10} \cdot \frac{4}{10}$
		(2)	$\frac{30}{100}$
			$\frac{16}{100}; \frac{9}{100}; \frac{4}{100}; \frac{1}{100}$
		(3)	$\frac{49}{100}$
			z. B.
			$\frac{12}{100}; \frac{6}{100}; \frac{3}{100}; \frac{3}{10}$
			$1 - (\frac{12}{100} + \frac{6}{100} + \frac{3}{100} + \frac{3}{10})$
	b)		MCE; MEC; EMC; ECM; CME; CEM; ESS; SES; SSE

LÖSUNGEN/BEWERTUNGEN **AUFGABENGRUPPE C**

Für jede Aufgabe ist die angegebene Gesamtpunktzahl sowie die Verteilung auf die Teilfragen verbindlich. Die angegebenen Teillösungen sind lediglich als Beispiele anzusehen. Für Teillösungen und Lösungsansätze sind Punkte zu gewähren. Bei Folgefehlern erfolgt kein erneuter Punktabzug. Von jeder Schülerin/jedem Schüler werden vier Aufgaben gewertet.

---

1. a) $x = 2$
$12x - 9 + 8x - 31 = 0$
$20x - 40 = 0$
$20x = 40$

b) $x = 2$
$4 \cdot (2x - 2{,}5) = -6 \cdot (-2x + 3)$
$8x - 10 = 12x - 18$
$-4x - 10 = -18$
$-4x = -8$

c) $x = 2$
$\frac{3}{4}x + 3{,}5 = 5$
$\frac{3}{4}x = 1{,}5$
$3x = 6$

---

2. a) 27 000 Mitglieder
Hessen: $\frac{1}{10}$
270 000 Mitglieder : 10

b) 28 % entsprechen 75 600 Mitgliedern.
100 % entsprechen 270 000 Mitgliedern.
1 % entspricht 2700 Mitgliedern.

c) 100 % entsprechen 11 250 000 Jugendlichen.
2,4 % entsprechen 270 000 Jugendlichen.
1 % entspricht 112 500 Jugendlichen.

d) 100 % entsprechen 250 000 Mitgliedern.
108 %
108 % entsprechen 270 000 Mitgliedern.
1 % entspricht 2500 Mitgliedern.

---

3. a) 64,80 €
720 Kopien · 4 ct/Kopie = 2880 ct
2880 ct = 28,80 €
28,80 € + 36 €

b) 375 (Kopien)
51 € − 36 € = 15 €
15 € = 1500 ct
1500 ct : 4 ct/Kopie

c) 12 ct/Kopie
36 € = 3600 ct
3600 ct : 450 Kopien
8 ct/Kopie (Miete pro Kopie)
8 ct/Kopie + 4 ct/Kopie

d) korrekte Begründung
z. B.
„Lena hat nicht recht, denn je mehr Kopien gemacht werden, desto geringer ist der Anteil der Mietkosten an den Gesamtkosten.“

---

4. a) $A_{\text{Dreieck } ABE} = 27 \text{ cm}^2$
$12 \text{ cm} \cdot 4{,}5 \text{ cm}$
$= 54 \text{ cm}^2$
$54 \text{ cm}^2 : 2$

b) $A_{\text{Dreieck } CDE} = 14{,}4 \text{ cm}^2$
$12 \text{ cm} \cdot 2 = 24 \text{ cm}$
$4{,}5 \text{ cm} \cdot 2 = 9 \text{ cm}$
$37{,}8 \text{ cm} - 24 \text{ cm} = 13{,}8 \text{ cm}$
$13{,}8 \text{ cm} - 9 \text{ cm} = 4{,}8 \text{ cm}$
$x = 4{,}8 \text{ cm} : 2$
$x = 2{,}4 \text{ cm}$
$12 \text{ cm} \cdot 2{,}4 \text{ cm}$
$= 28{,}8 \text{ cm}^2$
$28{,}8 \text{ cm}^2 : 2$

c) $A_{\text{Rechteck}} = 96 \text{ cm}^2$
$21 \text{ cm}^2 \cdot 2$
$= 42 \text{ cm}^2$
$x = 42 \text{ cm}^2 : 12 \text{ cm}$
$= 3{,}5 \text{ cm}$
$4{,}5 \text{ cm} + 3{,}5 \text{ cm} = 8 \text{ cm}$
$A_{\text{Rechteck}} = 12 \text{ cm} \cdot 8 \text{ cm}$

---

5. a) korrektes Koordinatensystem mit dem Viereck $ABCD$
korrekte Beschriftung
korrekt eingezeichnete Punkte

b) (1) korrekte Verschiebung des Vierecks $ABCD$ zum Viereck $A'B'C'D'$ mit Beschriftung
Verschiebung der Punkte

(2) $C'(6|2)$

c) (1) Markierung der gemeinsamen Schnittfläche

(2) 75 %
Schnittfläche entspricht $\frac{1}{4}$ der Gesamtfläche
$\frac{1}{4} = 25$ %

d) um 3 Einheiten

---

6. a) (1) 78 cm
$4 \cdot 12{,}5 \text{ cm} = 50 \text{ cm}$
$4 \cdot 2 \text{ cm} = 8 \text{ cm}$
$4 \cdot 5 \text{ cm} = 20 \text{ cm}$
$50 \text{ cm} + 8 \text{ cm} + 20 \text{ cm}$

(2) $O = 195 \text{ cm}^2$
z. B.
$a \cdot b = 12{,}5 \text{ cm} \cdot 2 \text{ cm} = 25 \text{ cm}^2$
$b \cdot c = 2 \text{ cm} \cdot 5 \text{ cm} = 10 \text{ cm}^2$
$a \cdot c = 12{,}5 \text{ cm} \cdot 5 \text{ cm} = 62{,}5 \text{ cm}^2$

$25 \text{ cm}^2 + 10 \text{ cm}^2 + 62{,}5 \text{ cm}^2 = 97{,}5 \text{ cm}^2$
$2 \cdot 97{,}5 \text{ cm}^2$

b) (1) 10 cm
$600 \text{ cm}^2 : 6 = 100 \text{ cm}^2$

(2) 4-mal
