

AUFGABENGRUPPE A

06.03.2024

Hinweis: Von allen Teilnehmenden werden jeweils vier Aufgaben gewertet. Werden mehr als vier Aufgaben bearbeitet, so werden die mit der besten Punktzahl berücksichtigt.

1. Gib die Lösungsmenge jeweils in aufzählender Form an; $\mathbb{G} = \mathbb{Z} = \{\dots; -2; -1; 0; 1; 2; \dots\}$.
 - a) $(x^2 - 81) \cdot (x + 3)^2 = 0$
 - b) $(x^2 - 81) \cdot (x^2 + 9) < 0$
 - c) $(x - 7)^2 - 4x + 35 \leq 3$
 - d) $(162 - 36x + 2x^2) + (9 - x)^2 \geq 3$
2.
 - a) (1) Konstruiere das Dreieck ABC mit dem Umkreisradius $r_u = 3,6$ cm und $|AB| = |BC| = 6,5$ cm.
(2) Ergänze das Dreieck ABC zu einem Drachenviereck $ABCD$ mit der Symmetrieachse \overline{BD} und der Länge $|BD| = 6,5$ cm.
(3) Begründe mit Worten, dass dieser Drachen $ABCD$ keinen Umkreis besitzt.
(4) Zeige, dass dieser Drachen $ABCD$ einen Inkreis besitzt.
 - b) (1) Konstruiere das gleichseitige Dreieck ABC mit dem Umkreisradius $r_u = 3,6$ cm.
(2) Ergänze das Dreieck ABC zu einer Raute $ABCD$. Wo liegt der Mittelpunkt des Inkreises dieser Raute? Zeichne ein oder beschreibe.
3. In der folgenden Aufgabe sollen nur ganzzahlige Werte größer Null bei den Angaben in cm, cm² bzw. cm³ verwendet werden.
 - a) Ein Rechteck hat einen Umfang von 22 cm.
Gib alle möglichen Flächeninhalte des Rechtecks in cm² an.
 - b) Ein Rechteck hat einen Flächeninhalt von 42 cm².
Gib den kleinstmöglichen sowie den größtmöglichen Umfang des Rechtecks in cm an.
 - c) Wir nennen die Summe der Längen aller Kanten eines Quaders seine Gesamtkantenlänge.
 - (1) Ein Quader hat eine Gesamtkantenlänge von 60 cm.
Gib das kleinstmögliche und das größtmögliche Volumen des Quaders in cm³ an.
 - (2) Ein Quader hat ein Volumen von 60 cm³.
Gib die kleinstmögliche sowie die größtmögliche Gesamtkantenlänge in cm an.
 - (3) Ein Quader hat eine Gesamtkantenlänge von 60 cm und ein Volumen von 60 cm³.
Gib jeweils die Kantenlänge für Länge, Breite und Höhe des Quaders in cm an.
4. Die Deutsche Post gibt folgende Zustellungsquote an: Im Durchschnitt werden 80 % der Briefe am folgenden Werktag zugestellt. Bis spätestens zum zweiten folgenden Werktag sind es 95 %.
 - a) Gib jeweils die Anteile der zugestellten Briefe in Prozent an.
 - (1) Ein Brief wird erst am zweiten Werktag zugestellt.
 - (2) Ein Brief wird auch am zweiten Werktag noch nicht zugestellt.
 - b) (1) Eine bestimmte Menge an Briefen wurde am ersten Werktag nicht zugestellt. Wie viel Prozent dieser Briefe werden dann am zweiten Werktag zugestellt?
(2) Nach drei Werktagen sind 97 % aller Briefe zugestellt worden. Wie viel Prozent der bis zum zweiten folgenden Werktag noch nicht zugestellten Briefe werden am dritten Werktag zugestellt?
 - c) Ein anderes Unternehmen hat folgende Zustellungsquote: Im Durchschnitt werden 60 % der Briefe am folgenden Werktag zugestellt. Am zweiten Werktag werden 90 % der bis dahin noch nicht zugestellten Briefe zugestellt. Untersuche, ob der Anteil der zugestellten Briefe bis zum zweiten Werktag den der Deutschen Post (95 %) übertrifft.
 - d) Angenommen, die Zustellungsquote von Briefen ist an jedem Werktag gleich groß. Am zweiten Werktag sollen nur noch maximal 1 % aller Briefe nicht zugestellt worden sein. Wie groß muss die Zustellungsquote (in Prozent) dann mindestens sein?

5. Bei der Division von 17 durch 5 erhält man den Rest 2. Kürzer schreibt man: $17 \bmod 5 = 2$ und liest „17 modulo 5 ist 2“. Ein Rest bei einer Division ist immer positiv.

a) (1) Berechne nach dem angegebenen Prinzip und notiere die Zahlen in der obigen Schreibweise.

(1.1) $84 \bmod 7$

(1.2) $130\,012 \bmod 13$

(2) Es gilt: $-7 \bmod 5 = 3$, denn $-7 = 5 \cdot (-2) + 3$

Finde alle vier Zahlen z im Bereich zwischen -20 und $+20$, für die gilt: $z \bmod 9 = 3$

Es gilt: Wenn $x \bmod m = a$ und $y \bmod m = b$ ist, dann folgt daraus: $(x \cdot y) \bmod m = (a \cdot b) \bmod m$

Beispiel: $15 \bmod 11 = 4$ und $91 \bmod 11 = 3 \Rightarrow (15 \cdot 91) \bmod 11 = (4 \cdot 3) \bmod 11 = 1$

b) Berechne entsprechend.

(1) $(632 \cdot 49) \bmod 7$

(2) $(12\,508 \cdot 5093) \bmod 10$

(3) $7^3 \bmod 3$

c) (1) Berechne $3^4 \bmod 10$.

(2) Gib alle möglichen Ergebnisse für $3^n \bmod 10$ an.

(3) Berechne die Einerziffer des Ergebnisses von 3^{2024} .

6. In der Zirkus-AG sind 8 Mädchen und 4 Jungen. Dabei werden alle Kinder in die 4 gleich großen Gruppen „Akrobaten“, „Clowns“, „Feuerschlucker“ und „Zauberer“ eingeteilt. Die Zuteilung erfolgt per Los.

a) Bestimme die Wahrscheinlichkeit für folgende Ereignisse:

(1) Die Gruppe „Akrobaten“ ist nur aus Jungen zusammengesetzt.

(2) Zwei Gruppen sind nur aus Mädchen zusammengesetzt. Gib zunächst die Anzahl der möglichen Gruppenkombinationen an.

b) Für die „Feuerschlucker“ kann die Wahrscheinlichkeit der Gruppenzusammensetzung (nach Geschlecht) mit dem Term $1 - \left(\frac{4}{12} \cdot \frac{3}{11} \cdot \frac{2}{10}\right)$ angegeben werden. Welches Ereignis wird damit berechnet?

c) Bei einer Zirkusaufführung nehmen auch Gruppen aus anderen Schulen teil, sodass die Aufführung aus insgesamt 10 Gruppen besteht. Die Reihenfolge, in der die Gruppen auftreten, wird ebenfalls per Los bestimmt. Bestimme die Wahrscheinlichkeit,

(1) dass die „Zauberer“ der Zirkus-AG als letzte Gruppe auftreten,

(2) dass alle 4 Gruppen der Zirkus-AG direkt nacheinander in der alphabetischen Reihenfolge wie oben angegeben auftreten,

(3) dass alle 4 Gruppen der Zirkus-AG direkt nacheinander in einer beliebigen Reihenfolge auftreten.

(Beachte: Die Ergebnisse können als Produkt, Summe oder Potenz angegeben werden.)

AUFGABENGRUPPE B

06.03.2024

Hinweis: Von allen Teilnehmenden werden jeweils vier Aufgaben gewertet. Werden mehr als vier Aufgaben bearbeitet, so werden die mit der besten Punktzahl berücksichtigt.

1. a) Löse die folgenden Gleichungen.
 - (1) $x - (8x + 22) - 11 = 2 \cdot (x - 3)$
 - (2) $7x - 60 + x^2 = (x - 4) \cdot (x + 3)$
 - (3) $\frac{x + 48}{3} = x$
 b) Gib die Lösungsmenge in aufzählender Form an; $\mathbb{G} = \mathbb{Z} = \{\dots; -2; -1; 0; 1; 2; \dots\}$.
 $(x + 5)^2 > x^2 + 9x + 45$

2. Ein Auto-Werk in Rüsselsheim brachte im Jahr 1924 den Kleinwagen „Laubfrosch“ auf den Markt. Bis die Produktion 7 Jahre später eingestellt wurde, verließen 119 490 Stück des „Laubfrosch“ das Auto-Werk. Mit einer Leistung von 17 PS konnte er eine Höchstgeschwindigkeit von 60 km/h (Kilometer pro Stunde) erreichen.
 Ein modernes E-Auto aus dem Jahr 2024 wird mit einer Leistung von 115 kW und einer Höchstgeschwindigkeit von 170 km/h angegeben.
 - a) Wie viele Kleinwagen „Laubfrosch“ wurden durchschnittlich pro Jahr hergestellt?
 - b) Früher wurde die Leistung in Pferdestärken (PS) angegeben. Heute gibt man die Leistung in Kilowatt (kW) an. Die 17 PS des „Laubfrosch“ entsprechen etwa 12,5 kW.
 Rechne die Leistung des modernen E-Autos in PS um.
 - c) Rüsselsheim und Bensheim liegen 51 km voneinander entfernt. Wie viele Minuten weniger benötigt das moderne E-Auto im Vergleich zu einem „Laubfrosch“ für diese Strecke, wenn beide die gesamte Strecke mit ihrer jeweiligen Höchstgeschwindigkeit fahren würden?
 - d) David behauptet, dass die Werte für Leistung und Höchstgeschwindigkeit proportional zueinander sind. Hat David recht? Begründe deine Antwort.

3. Konstruiere die folgenden Vierecke und beschrifte die Eckpunkte:
 - a) ein Quadrat $ABCD$ mit $|AC| = e = 7$ cm
 - b) eine Raute $ABCD$ mit $|AC| = e = 8$ cm und $|BD| = f = 3$ cm
 - c) ein Rechteck $ABCD$ mit $|AC| = e = 8$ cm, $|AB| < |BC|$ und einem Schnittwinkel der Diagonalen von 50°
 - d) ein Parallelogramm $ABCD$ mit $|AB| = a = 4,5$ cm, $|AC| = e = 7,2$ cm und $\beta = 125^\circ$

4. a) Zeichne in ein Koordinatensystem (1 LE $\hat{=}$ 1 cm) das Dreieck ABC mit den Punkten $A(-4|0)$, $B(2|0)$ und $C(-1|2)$.
 - b) Spiegle den Punkt C an der x -Achse. Gib die Koordinaten von C' an.
 - c) Verbinde den Punkt C' mit A und B und berechne den Flächeninhalt des entstandenen Vierecks $AC'BC$.
 - d) Um wie viele Längeneinheiten muss der Punkt B auf der x -Achse nach rechts zu einem Punkt B' verschoben werden, damit der Flächeninhalt des Vierecks $AC'B'C$ 16 cm² beträgt?
 Begründe!
 - e) Der Flächeninhalt eines Dreiecks $C'DC$ soll zehnmal so groß sein wie der Flächeninhalt des Dreiecks $AC'C$. Gib für zwei mögliche Punkte D deren Koordinaten an.

5. a) Im August 2023 gab es in Deutschland 530 400 freie Ausbildungsstellen. Das war ein Zuwachs von 4 % gegenüber August 2022. Von den freien Ausbildungsstellen im August 2023 konnten nur 77 % besetzt werden.
- (1) Wie viele Jugendliche erhielten im August 2023 eine Ausbildungsstelle?
- (2) Wie viele Ausbildungsstellen wurden im August 2022 angeboten?
- b) In Hessen wurden im Jahr 2022 folgende Ausbildungsbereiche am häufigsten gewählt:

Ausbildungsbereich	Zahl abgeschlossener Ausbildungsverträge	Anteil männlicher Azubis (in %)	Anteil weiblicher Azubis (in %)
Büro	1850	33	67
Verkauf	1500	54	46
Kfz-Mechatronik	1443	95	5
Einzelhandel	1400	53	47

- (1) Wie viel Prozent weniger Ausbildungsverträge wurden im Ausbildungsbereich Kfz-Mechatronik im Vergleich zu dem Ausbildungsbereich Büro abgeschlossen?
- (2) Anna sagt: „Bei den Verkäufern gab es 50 weibliche Azubis mehr als bei den Einzelhändelkaufleuten.“ Hat Anna recht? Begründe.
- c) Im Laufe der 3-jährigen Ausbildung zum Fachinformatiker erhält ein Azubi insgesamt 37 392 € Ausbildungsvergütung. Im dritten Ausbildungsjahr bekommen die Azubis 1140 € monatlich. Im zweiten Jahr sind es 10 % weniger als im dritten Jahr. Wie groß ist die prozentuale Erhöhung im zweiten Jahr gegenüber dem ersten?
6. Mike (M), Sandy (S) und Tyler (T) gehen gemeinsam ins Kino. Sie überlegen sich, wie sie im Kino sitzen möchten.
- a) Gib alle möglichen Sitzkombinationen an, wenn alle drei in einer Reihe nebeneinandersitzen. Verwende dazu die Namenskürzel.
- b) Vor dem Kino treffen sie zufällig Ulli (U). Sie kaufen vier Kinokarten für nebeneinanderliegende Sitzplätze. Sie setzen sich nach folgenden Bedingungen (s. Tabelle). Bestimme A, B, C und finde eine Möglichkeit für D.

Bedingung	Anzahl der Sitzkombinationen
Mike sitzt am Rand der Gruppe.	A
Ulli sitzt neben Sandy.	B
Ulli sitzt neben Sandy, aber Sandy nicht am Rand.	C
D	2

- c) Gib zwei mögliche Sitzreihenfolgen an, wenn Mike am Rand der Gruppe, Ulli links von Mike und Sandy rechts von Tyler sitzt.
- d) Wie viele Personen müsste man mindestens in einer Reihe sitzen, damit es mehr als 200 Sitzkombinationen gibt?

AUFGABENGRUPPE C

06.03.2024

Hinweis: Von allen Teilnehmenden werden jeweils vier Aufgaben gewertet. Werden mehr als vier Aufgaben bearbeitet, so werden die mit der besten Punktzahl berücksichtigt.

1. a) Gegeben ist der folgende Term: $2x - 2,5y$
 - (1) Berechne den Wert des Terms für $x = 12$ und $y = 4$.
 - (2) Der Wert des Terms ist 15 und $y = 10$. Berechne x .
- b) Berechne x .
 - (1) $2x - 3 = 4x + 12$
 - (2) $8x - 40 + 12x = 20$

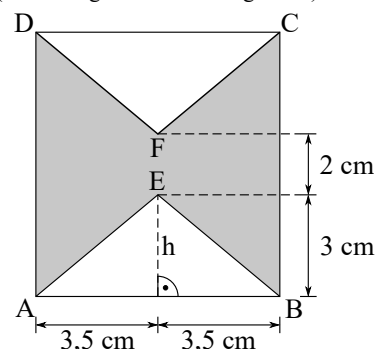
2. Ein Sportgeschäft wirbt mit den nebenstehenden Sonderangeboten.

Sonderangebote im Winter:	
Fahrräder:	30 % Rabatt
Longboards:	15 % Rabatt
Badebekleidung:	25 % Rabatt

- a) Ina kauft in diesem Sportgeschäft ein Longboard im Sonderangebot. Welche ihrer folgenden Behauptungen ist korrekt? Notiere den Lösungsbuchstaben.
 - A: „Dann zahle ich 15 % des ursprünglichen Preises.“
 - B: „Dann zahle ich 70 % des ursprünglichen Preises.“
 - C: „Dann zahle ich 75 % des ursprünglichen Preises.“
 - D: „Dann zahle ich 85 % des ursprünglichen Preises.“
 - E: „Dann zahle ich 115 % des ursprünglichen Preises.“
 - b) Ein Fahrrad kostete ursprünglich 650 €. Berechne, wie viel Euro dieses Fahrrad nun mit Rabatt kostet.
 - c) Ein Longboard wird mit dem Rabatt um 60 € günstiger angeboten. Berechne den Preis des Longboards ohne Rabatt.
 - d) Eine Badehose kostete ursprünglich 40 €. Sie wird nun im Sonderangebot für 32 € verkauft. Wurde der Rabatt korrekt berechnet? Begründe deine Antwort durch eine Rechnung.
3. Bei einem Schokoladenhersteller werden Pralinen maschinell produziert. In einer Stunde produziert eine Maschine 900 Pralinen.
 - a) Berechne, wie viele dieser Pralinen drei gleiche Maschinen in 4 Stunden produzieren.
 - b) Berechne, wie viele dieser Pralinen eine solche Maschine in einer dreiviertel Stunde produziert.
 - c) Berechne, wie viele Minuten zwei gleiche Maschinen benötigen, um zusammen 300 dieser Pralinen zu produzieren.
 - d) Die produzierten Pralinen werden in zwei verschieden große Schachteln verpackt. In 35 kleinen Schachteln befinden sich je 20 Pralinen. Diese Gesamtzahl der Pralinen soll in größeren Schachteln zu je 25 Pralinen verpackt werden. Berechne, wie viele Schachteln weniger dafür benötigt werden.

4. Die abgebildete Figur besteht aus dem Rechteck $ABCD$ und zwei darin liegenden Dreiecken ABE und CDF . Diese zwei Dreiecke sind gleichschenkelig.

(Abbildung nicht maßstabsgerecht)



- a) Diese zwei Dreiecke sind auch deckungsgleich.
- (1) Konstruiere die abgebildete Figur und beschrifte die Eckpunkte. Die Färbung ist nicht nötig. Entnimm die nötigen Maße der Abbildung.
 - (2) Berechne die Größe der grau markierten Fläche.

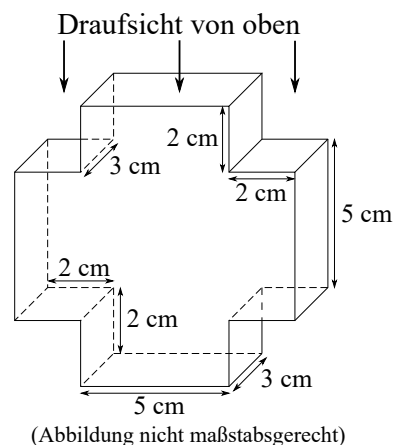
b) Die Höhe h des Dreiecks ABE soll um 1 cm verlängert werden und gleichzeitig soll die entsprechende Höhe des Dreiecks CDF um 1 cm verkürzt werden. Wie verändert sich dann der Flächeninhalt der grau markierten Fläche? Notiere einen Antwortsatz.

5. Salem stellt das abgebildete Werkstück aus Holz her.

Das Werkstück setzt sich aus mehreren Quadern zusammen.

- a) Gib die Anzahl der
- (1) Ecken
 - (2) Kanten
- des abgebildeten Werkstücks an.

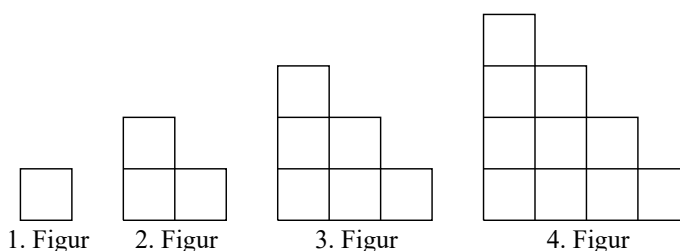
- b) (1) Berechne das Volumen des Werkstücks.
 (2) Ein Kubikzentimeter (cm^3) Holz wiegt 0,5 g.
 Berechne, wie schwer das Werkstück ist.



(Abbildung nicht maßstabsgerecht)

- c) Stell dir vor, du schaust direkt von oben auf das Werkstück (Draufsicht von oben). Zeichne diese Draufsicht maßstabsgerecht.

6. Kim zeichnet nach einer bestimmten Regel aus quadratischen Kästchen mit der Seitenlänge von 0,5 cm nacheinander die nebenstehenden Figuren.



Die folgende Tabelle gibt jeweils für die ersten vier Figuren die entsprechende Anzahl der benötigten Kästchen an.

Figur	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	...
Anzahl der Kästchen	1	3	6	10					...

- a) Zeichne die 5. Figur.
- b) Übertrage die Tabelle und ergänze die fehlenden Werte für die 5. bis 8. Figur.
- c) Bestimme, welche Figur aus 66 Kästchen besteht.
- d) Die wievielte Figur kann Kim mit maximal 100 Kästchen zeichnen?
- e) Die wievielte Figur hat einen Flächeninhalt von 9 cm^2 ?
- f) Jeweils zwei aufeinander folgende Figuren ergeben zusammengesetzt immer ein großes Quadrat. Gib an, welche zwei aufeinander folgende Figuren zusammengesetzt einen Flächeninhalt von 25 cm^2 ergeben.