AUFGABENGRUPPE A — **12.03.2025**

Hinweis: Von allen Teilnehmenden werden jeweils vier Aufgaben gewertet. Werden mehr als vier Aufgaben bearbeitet, so werden die mit der besten Punktzahl berücksichtigt.

1. Gib die Lösungsmenge jeweils in aufzählender Form an; $\mathbb{G} = \mathbb{Z} = \{\ldots; -2; -1; 0; 1; 2; \ldots\}$.

   a) $(x^2 - 4) \cdot (2x - 34) = 0$

   b) $(3x + 34)^3 = -8$

   c) $(x - 4) \cdot (x^2 - 35) = x - 4$

   d) $(x - 33) \cdot (x + 9)^3 < 0$

2. In einem Koordinatensystem sind die Punkte $A(0|0)$ und $B(3|4)$ gegeben. Zeichne für jede Teilaufgabe jeweils ein Koordinatensystem (1 LE $\hat{=}$ 1 cm).

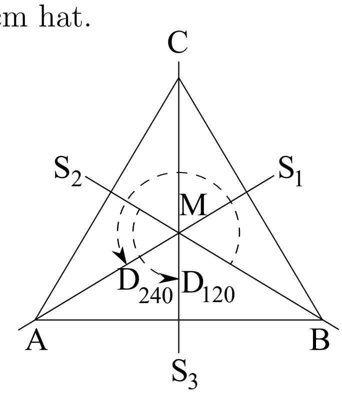
   a) Konstruiere einen Kreis durch die drei Punkte A, B und $C(-1|2)$.

   b) Konstruiere einen Kreis durch die Punkte A und B, der die x-Achse im Punkt A berührt.

   c) Die Gerade g verläuft durch die Punkte A und B. Konstruiere einen Kreis, der g in B und außerdem die x-Achse berührt.

   d) Konstruiere eine Gerade h durch B, die von A den Abstand 2 cm hat.

3. Im nebenstehenden gleichseitigen Dreieck ABC vertauscht die Spiegelung S_1 die Punkte B und C, sodass als Ergebnis das Dreieck ACB entsteht. Kurzschreibweise: $ABC \xrightarrow{S_1} ACB$. Bei der Drehung D_{120}, d. h. einer Drehung um M um 120°, wird A auf B, B auf C und C auf A abgebildet, sodass als Ergebnis das Dreieck CAB entsteht. (Die Notation soll immer links unten beginnen und gegen den Uhrzeigersinn verlaufen.) Kurzschreibweise: $ABC \xrightarrow{D_{120}} CAB$.



   a) Gib jeweils das Ergebnis an.

   (1) $ABC \xrightarrow{S_3}$ _____ (2) $ABC \xrightarrow{D_{240}}$ _____

   Nun sollen zwei Abbildungen hintereinander ausgeführt werden, beispielsweise $ABC \xrightarrow{S_2} CBA \xrightarrow{D_{120}} ACB$. Die Hintereinanderausführung dieser beiden Abbildungen ist die bereits bekannte Spiegelung S_1: $ABC \xrightarrow{S_1} ACB$ Dies kann man wie nebenstehend auch in Tabellenform darstellen.

		2. Abbildung					
		S_1	S_2	S_3	D_0	D_{120}	D_{240}
1. Abbildung	S_1	D_0			S_1		
	S_2		D_0		S_2	S_1	
	S_3				S_3		
	D_0	S_1	S_2	S_3	D_0	D_{120}	D_{240}
	D_{120}	S_2			D_{120}		
	D_{240}				D_{240}	D_0	

   b) Übertrage die Tabelle auf dein Blatt und vervollständige sie.

4. Ein Drucker verwendet entweder eine Patrone S für Schwarz oder eine Kombipatrone F für Farben. Ausschließlich mit der schwarzen Patrone S werden 80 % aller Seiten gedruckt, die restlichen 20 % aller Seiten ausschließlich mit der Kombipatrone F. Die Tintenmenge von S reicht für 5000 Seiten, die von F für 2000 Seiten. Sobald eine Patrone leer ist, wird sie durch eine volle ersetzt. Die Tintenfüllstände betragen am Anfang 100 %.

   a) Bestimme den zu erwartenden Füllstand der Patronen S und F,

   (1) nachdem 1000 Seiten gedruckt worden sind,

   (2) nachdem 8000 Seiten gedruckt worden sind.

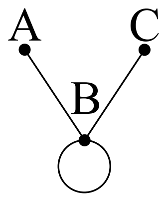
   b) Welchen zu erwartenden Füllstand hat die jeweils andere Patrone, wenn

   (1) die Patrone F zum ersten Mal leer ist,

   (2) die Patrone S zum zweiten Mal leer ist?

   c) Wie viele Seiten erwartet man, gedruckt zu haben, bis beide Patronen S und F zum ersten Mal gleichzeitig ersetzt werden?

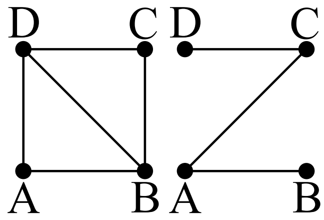
5. Ein Graph besteht aus Ecken und Kanten.
Es gelten folgende Regeln:
- Eine Kante verbindet jeweils genau zwei Ecken.
- Eine Kante kann auch in der gleichen Ecke starten und enden.
- Nicht jedes Eckenpaar muss durch eine Kante verbunden sein.
- Jede Ecke lässt sich über eine (direkt) oder mehrere Kanten (Umweg) erreichen.
- Ein Eckenpaar kann auch über zwei oder mehr Kanten verbunden sein.



In der zu diesem Graphen gehörigen Tabelle werden für jedes Eckenpaar die Anzahl der verbindenden Kanten angegeben. In der letzten Spalte S der Tabelle werden die Einträge der jeweiligen Zeile aufsummiert.

	A	B	C	S
A	0	1	0	1
B	1	1	1	3
C	0	1	0	1

a) Erstelle zu den nebenstehenden Graphen jeweils die zugehörige Tabelle (Spalte S nicht erforderlich).



Graph (1) Graph (2)

b) Erstelle zu Tabelle T_3 einen zugehörigen Graphen.

T_3	A	B	C	D	S
A	0	1	1	0	2
B	1	0	0	1	2
C	1	0	0	1	2
D	0	1	1	0	2

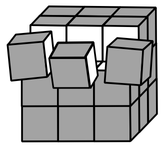
c) Übertrage und vervollständige Tabelle T_4 und erstelle einen zugehörigen Graphen.

T_4	A	B	C	D	S
A	0	1	2	0	3
B		0	0	0	
C			0		3
D				0	

d) Zeichne einen zu der Tabelle T_5 zugehörigen Graphen, übertrage die Tabelle und ergänze entsprechend die Einträge.

T_5	A	B	C	D	S
A					1
B					2
C					3
D					4

6. Ein grau außen gestrichener großer Würfel wird in 27 kleine Würfel zersägt. Die gesägten inneren Seitenflächen sind alle weiß. Alle 27 Würfel werden in einen Beutel gelegt.



a) Wie groß ist der Anteil der Würfel mit zwei grauen Seitenflächen?
b) Nun zieht man zufällig einen der Würfel aus dem Beutel und würfelt mit ihm.
   (1) Mit welcher Wahrscheinlichkeit zeigt eine graue Seite nach oben?
   (2) Mit welcher Wahrscheinlichkeit sind die obere und die untere Seite weiß?
   (3) Wie viele weiße Seitenflächen gibt es?
   (4) Die oben angezeigte Seite ist weiß. Mit welcher Wahrscheinlichkeit hat der gezogene Würfel dann genau drei weiße Seiten?
   (5) Die oben angezeigte Seite ist weiß. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist dann auch die untere Seite weiß?
c) Es werden fünf der Würfel ausgewählt und in einen neuen Beutel gelegt. Die Wahrscheinlichkeit, einen dieser Würfel zu ziehen und mit ihm grau zu würfeln (d. h. eine graue Seite zeigt nach oben), soll 40 % betragen. Welche fünf Würfel sind hierfür geeignet? Gib ein Beispiel an.

(**Beachte: Die Ergebnisse können als Produkt, Summe oder Potenz angegeben werden.**)

AUFGABENGRUPPE B **12.03.2025**

Hinweis: Von allen Teilnehmenden werden jeweils vier Aufgaben gewertet. Werden mehr als vier Aufgaben bearbeitet, so werden die mit der besten Punktzahl berücksichtigt.

1. a) Löse die folgenden Gleichungen.

   (1) $6 \cdot (4x - 0{,}5) - 10x = -(16x - 57)$

   (2) $(x + 3)^2 = x \cdot (x - 2) - 31$

   b) Gib die Lösungsmenge in aufzählender Form an; $\mathbb{G} = \mathbb{Z} = \{\ldots; -2; -1; 0; 1; 2; \ldots\}$.

   $\frac{x}{5} + 14\frac{1}{2} > 1{,}5$

   c) Ein Trapez $ABCD$ mit $AB||CD$ mit der Seite $a = |AB| = 12$ cm und der Höhe $h = 8$ cm hat einen Flächeninhalt von 120 cm^2. Die Formel zur Berechnung des Flächeninhaltes für ein Trapez lautet: $A = \frac{a + c}{2} \cdot h$

   (1) Stelle die Formel nach c um.

   (2) Berechne die fehlende Seite c.

2. Ein Landkreis veranstaltet in den Osterferien verschiedene Lerncamps in den Hauptfächern. Von den 32 400 Schülerinnen und Schülern nehmen 810 daran teil. Für das Lerncamp „Mathematik" haben sich 60 %, für das Lerncamp „Englisch" haben sich 15 % der Teilnehmenden entschieden und die restlichen Schülerinnen und Schüler für das Lerncamp „Deutsch".

   a) Wie viele Schülerinnen und Schüler nehmen am Lerncamp „Mathematik" teil?

   b) Wie viel Prozent der Schülerinnen und Schüler des Landkreises nehmen an den Lerncamps teil?

   c) An den Lerncamps nehmen auch 42 Schülerinnen und Schüler der Bodo-Hausmann-Schule teil, das sind 4 % der gesamten Schülerschaft dieser Schule. Wie viele Schülerinnen und Schüler besuchen die Bodo-Hausmann-Schule?

   d) (1) Stelle die prozentuale Verteilung der drei Hauptfächer in einem Kreisdiagramm mit dem Radius $r = 5$ cm dar und beschrifte die drei Sektoren.

   (2) In einem benachbarten Landkreis können sich die Schülerinnen und Schüler für mehrere Fächer gleichzeitig anmelden. Begründe, warum man die Fächerverteilung nicht in einem solchen Kreisdiagramm darstellen kann.

   e) Für Deutsch werden 32 und für Mathematik 24 Stunden pro Woche eingeplant. Wie viele Stunden werden für Englisch eingeplant, wenn durchschnittlich 25 Stunden stattfinden sollen? Wähle den korrekten Buchstaben aus.

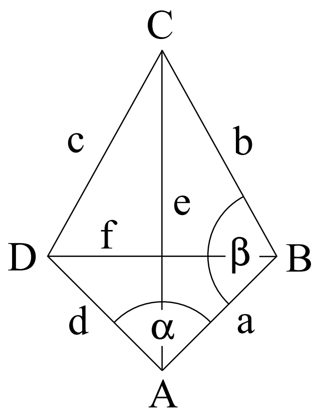
A	B	C	D	E
16	19	22	25	29

3. a) Konstruiere ein gleichschenkliges Dreieck ABC mit der Basis $c = |AB| = 6$ cm und der Höhe $h_c = 4$ cm. Beschrifte die Eckpunkte.

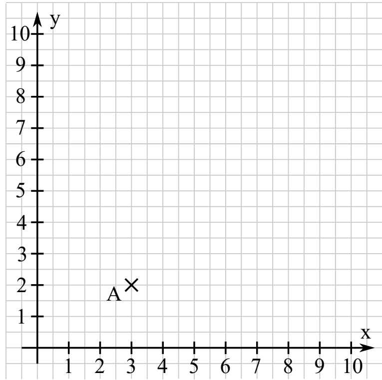
   b) Konstruiere ein Drachenviereck $ABCD$ mit $\overline{AC}$ als Symmetrieachse, der Seite $a = |AB| = 4$ cm, $b = |BC| = 6$ cm und der Diagonalen $e = |AC| = 9$ cm. Beschrifte die Eckpunkte.

   c) In einem Drachenviereck $ABCD$ schneidet die Diagonale $f = |BD| = 5$ cm die Diagonale $e = |AC| = 12$ cm im Verhältnis von 1:2. Konstruiere ein solches Drachenviereck $ABCD$ und beschrifte die Eckpunkte.

   d) Der Flächeninhalt eines anderen Drachenvierecks beträgt 9 cm^2. Bestimme eine Möglichkeit für die Längen von e und f für dieses Drachenviereck.



4. a) Zeichne ein Koordinatensystem (1 LE $\hat{=}$ 1 cm) mit Punkt $A(3|2)$ und beschrifte es. Trage die Punkte $B(5|2)$, $C(5|9)$, $D(1|7)$ und $E(3|7)$ ein.



b) Verbinde die Punkte zum Fünfeck $ABCDE$ und berechne dessen Flächeninhalt.

c) Eine Spiegelachse verläuft durch die Punkte B und C. Spiegle die Punkte A, E und D an dieser Spiegelachse und benenne die Bildpunkte mit A_1, E_1 und D_1. Verbinde die Punkte zum Siebeneck $AA_1E_1D_1CDE$.

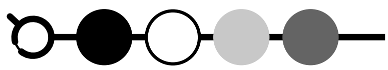
d) Bei einer anderen Spiegelung ist der Punkt A der Bildpunkt des Punktes E.

(1) Zeichne die Spiegelachse ein.

(2) Der Punkt F ergibt sich als Bildpunkt des Punktes C. Zeichne F in das Koordinatensystem ein.

e) Die Punkte E und E_1 sollen so in y-Richtung nach oben verschoben werden, dass die Punkte E und E_1 und die Bildpunkte E' und E_1' ein Rechteck mit einem Umfang von 13 cm ergeben. Zeichne das Rechteck in deine Zeichnung ein und beschrifte die Eckpunkte.

5. Ida möchte je eine schwarze (s), weiße (w), hellgraue (h) und dunkelgraue (d) Perle zu einer Halskette auffädeln (links von der schwarzen Perle sieht man den Verschluss der Kette).



a) Gib alle Möglichkeiten an, wenn Ida mit der weißen Perle beginnt.

b) Wie viele Möglichkeiten hat Ida, wenn die Perlenfarbe der ersten Perle nicht festgelegt ist?

c) Wie viele Möglichkeiten gibt es, wenn die weiße Perle an der zweiten oder dritten Position liegen soll?

d) Zunächst ordnet Ida die Perlen in der Reihenfolge weiß, schwarz, hellgrau, dunkelgrau an. Diese Reihenfolge gefällt ihr nicht. Sie ordnet die Perlen in einer anderen Reihenfolge an. Wie viele Kombinationsmöglichkeiten können gebildet werden, wenn keine Perle auf ihrer Ausgangsposition liegen darf?

e) Die dunkelgraue Perle wird durch eine weiße Perle ersetzt. Ida behauptet: „Jetzt gibt es nur noch halb so viele Möglichkeiten, die vier Perlen auf einer Kette anzuordnen." Hat Ida recht? Begründe.

6. Zwei aufeinanderfolgende Vielfache einer Zahl ergeben einen 4-stelligen Zahlencode aus zweimal je zwei Ziffern.

Beispiele:
3·7 und 3·8 ergibt den Zahlencode: 2 1 2 4
15·2 und 15·3 ergibt den Zahlencode: 3 0 4 5

a) Betrachtet man ausschließlich die Viererreihe, so ergeben sich die folgenden Zahlencodes:
0 4 0 8   0 8 1 2   1 2 1 6   1 6 2 0   2 0 2 4
Notiere die drei nächstgrößeren Zahlencodes.

b) Gib an, aus welchen Faktoren der Zahlencode 4 2 4 8 gebildet wurde.

c) Im Folgenden sollen alle Vielfachenreihen für mögliche 4-stellige Zahlencodes betrachtet werden.

(1) Gib den Zahlencode mit der größten Ziffernfolge an.

(2) Gib den Zahlencode mit der kleinsten Ziffernfolge an, dessen erste Stelle eine 1 ist.

(3) Gib die drei kleinsten Zahlencodes an, die mit der Ziffernfolge 20 beginnen.

AUFGABENGRUPPE C — **12.03.2025**

Hinweis: Von allen Teilnehmenden werden jeweils vier Aufgaben gewertet. Werden mehr als vier Aufgaben bearbeitet, so werden die mit der besten Punktzahl berücksichtigt.

1. a) Berechne x.

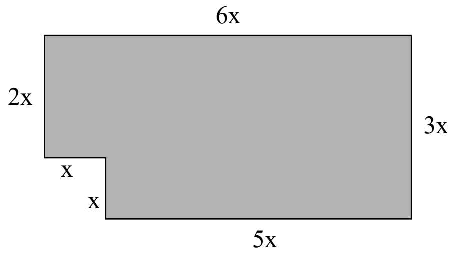
   (1) $8x - 12 + 6x - 30 = 28$

   (2) $12x + 16 - 3x = 5x - 12$

   b) Aus einem Rechteck wurde ein Quadrat herausgeschnitten.

   (1) Gib den Umfang der entstandenen Figur als Term an. Fasse deinen Term so weit wie möglich zusammen.

   (2) Bestimme den Umfang der Figur für $x = 7$ cm.



2. Lisa möchte in ihrem Handy ihre alte Speicherkarte durch eine größere Speicherkarte ersetzen. Die alte Speicherkarte hatte einen Speicherplatz von 64 GB (Gigabyte).

   a) Auf der alten Speicherkarte sind durch Fotos und Videos 55 % des Speicherplatzes belegt. Berechne, wie viel GB des Speicherplatzes für andere Dateien übrig sind.

   b) Die neue Speicherkarte hat einen Speicherplatz von 256 GB. Lisa behauptet: „Durch die neue Speicherkarte hat sich der Speicherplatz um 400 % vergrößert.“
   Hat Lisa recht? Begründe deine Antwort durch eine Rechnung.

   c) Lisa entscheidet sich für eine 256-GB-Speicherkarte, die in einem Elektronikmarkt 40 € kostet. In einer Aktionswoche wird der Preis auf 34 € gesenkt.
   Berechne, um wie viel Prozent der Preis gesenkt wurde.

3. a) Ein Gartencenter bietet Rasensamen an. In einer Packung befinden sich 1,4 kg Rasensamen, die für eine Fläche von 84 m^2 ausreichen. Eine Packung kostet 19 €.

   (1) Tarek kauft dort mehrere Packungen dieses Rasensamens. Außerdem kauft er einen Gartenschlauch für 24,90 € sowie Arbeitshandschuhe für 7,40 €. Für diesen Einkauf bezahlt Tarek insgesamt 184,30 €.
   Berechne, wie viele Packungen dieses Rasensamens Tarek gekauft hat.

   (2) Susanne möchte dort ebenfalls mehrere Packungen dieses Rasensamens kaufen. Den Rasensamen möchte sie auf einer rechteckigen Fläche aussäen. Diese Fläche ist 26 m lang und 14 m breit. Berechne, wie viele Packungen des Rasensamens sie kaufen muss.
   Notiere einen Antwortsatz.

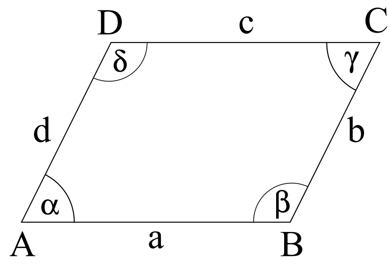
   b) In diesem Gartencenter wird Pflanzendünger in zwei verschiedenen Packungsgrößen angeboten.

   Angebot A: 5 kg für 24,90 €

   Angebot B: 7,5 kg für 38,40 €

   Welches der beiden Angebote ist bezogen auf die gleiche Menge preisgünstiger?
   Begründe deine Antwort durch eine Rechnung.

4. a) Ein Parallelogramm $ABCD$ hat die Maße $a = 6$ cm, $b = 3{,}5$ cm und $\alpha = 75°$.



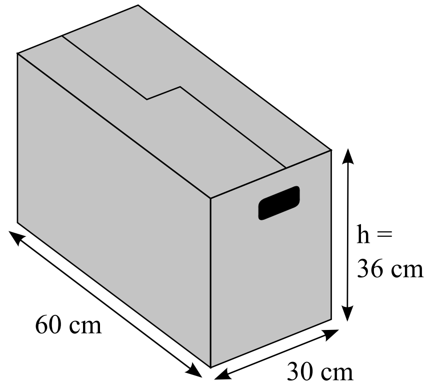
(1) Konstruiere das Parallelogramm $ABCD$. Beschrifte die Eckpunkte.

(2) Zeichne die beiden Höhen h_a und h_b in dein konstruiertes Parallelogramm $ABCD$ ein.

(3) Berechne den Flächeninhalt des Parallelogramms $ABCD$. Miss dazu die Länge der benötigten Höhe.

b) Bei einem anderen Parallelogramm $ABCD$ beträgt die Seitenlänge $a = 8{,}5$ cm. Der Umfang dieses Parallelogramms beträgt 22 cm. Berechne die Seitenlänge b des Parallelogramms.

5. Anton zieht in eine neue Wohnung um. Ein Umzugskarton hat eine rechteckige Grundfläche, die 60 cm lang und 30 cm breit ist. Der Karton ist 36 cm hoch (siehe Abbildung).

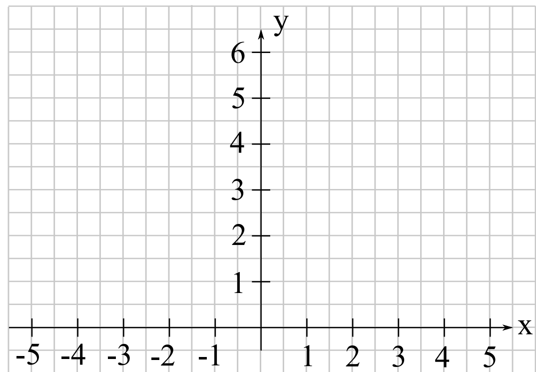


a) Berechne das Volumen eines solchen Kartons. Gib dein Ergebnis in ganzen Litern an.

b) Anton will Bücher in einen solchen Karton einpacken. Damit der Karton nicht zu schwer wird, soll der Karton nur zu $\frac{2}{3}$ seiner Höhe gefüllt werden. Berechne, bis zu welcher Höhe h der Karton gefüllt werden kann.

c) Zum Transport der Kartons benutzt Anton einen Anhänger. Die Ladefläche des Anhängers ist 2 m lang und 1 m breit. Die Kartons sollen mit ihrer Grundfläche auf der Ladefläche stehen. Bestimme, wie viele Kartons so maximal auf den Boden der Ladefläche passen.

6. a) Trage die Punkte $A(1|2)$, $B(3|2)$ und $C(1|5)$ in ein Koordinatensystem ein und verbinde sie zum Dreieck ABC. Eine Längeneinheit entspricht 1 cm.



b) Spiegele das Dreieck ABC an der y-Achse und nenne die Bildpunkte A', B' und C'.

c) Verbindet man die Punkte B', B, C und C' zum Viereck $B'BCC'$, so entsteht ein Trapez.

(1) Gib an, wie oft der Flächeninhalt des Dreiecks ABC in den Flächeninhalt des Trapezes $B'BCC'$ passt.

(2) Berechne den Flächeninhalt des Trapezes $B'BCC'$.

d) Der Punkt A soll um 5 Einheiten (parallel zur x-Achse) nach rechts und um 4 Einheiten (parallel zur y-Achse) nach unten verschoben werden. Gib die neuen Koordinaten des so verschobenen Bildpunktes A an.

e) Bei einer anderen Verschiebung hat der Bildpunkt von Punkt C die neuen Koordinaten $(-10|8)$. Beschreibe diese Verschiebung wie in Teilaufgabe d).