

AUFGABENGRUPPE A

06.05.2025

Hinweis: Von allen Teilnehmenden werden jeweils vier Aufgaben gewertet. Werden mehr als vier Aufgaben bearbeitet, so werden die mit der besten Punktzahl berücksichtigt.

1. Gib die Lösungsmenge jeweils in aufzählender Form an; $\mathbb{G} = \mathbb{Z} = \{\dots; -2; -1; 0; 1; 2; \dots\}$.

a) $(x^6 - 64) \cdot (x + 6)^6 \cdot x^6 = 0$

c) $(x^2 - x) \cdot (x^4 - 81) < 0$

b) $(x - 6) \cdot (x + 2) \leq 6 \cdot (x + 2)$

d) $(x^6 + 6) \cdot (x^6 + 16x^3 + 64) > 0$

2. a) Konstruiere ein Dreieck ABC mit $h_c = 4$ cm, $\beta = 105^\circ$ und $a + c = 8$ cm.

b) Konstruiere ein Dreieck ABC mit $c = 7,8$ cm, $h_a = 6,2$ cm und $h_c = 1,5$ cm.

c) Ein Dreieck ABC mit M als Umkreismittelpunkt hat die folgenden Eigenschaften:
Umkreisradius $r_u = 4,5$ cm, $\sphericalangle CMA = 133^\circ$ und $h_c = 6$ cm.

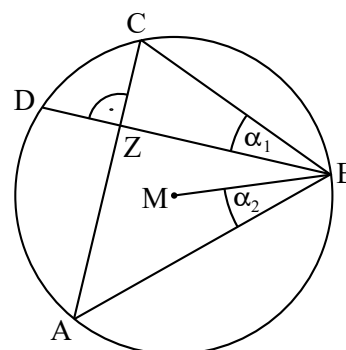
(1) Konstruiere ein solches Dreieck ABC .

(2) Gib die Größe des Winkels β an.

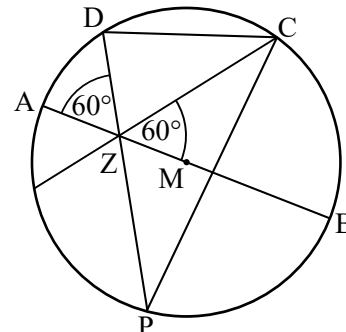
3. a) Im Inneren eines Kreises um M sei ein Punkt Z gewählt. Durch Z sollen zwei Sehnen $\overline{AC}$ und $\overline{BD}$ gezogen sein, die orthogonal zueinander sind.

(1) Zeige, dass $\sphericalangle AMB = 180^\circ - 2 \cdot \alpha_1$ ist.

(2) Zeige, dass $\alpha_1 = \alpha_2$ ist.



b) Auf dem Durchmesser eines Kreises wird ein Punkt Z gewählt. Durch Z werden zwei Geraden so gezeichnet, dass sie mit dem Durchmesser $\overline{AB}$ einen Winkel von 60° bilden. Diese Geraden schneiden den einen Halbkreis in C und D . Zeige, dass die Länge der Strecke $\overline{CD}$ gleich der Länge des Radius r ist.



4. Käse setzt sich aus Trockenmasse und Wasser zusammen. Die Trockenmasse enthält neben anderen Bestandteilen auch Fett. Auf Verpackungen wird der Fettgehalt eines Käses entweder absolut (bezogen auf die Gesamtmasse des Käses) oder als „Fett i. Tr.“ („Fett in Trockenmasse“, d. h. bezogen auf die Trockenmasse) angegeben.

a) Ein Schmelzkäse hat laut Verpackung 50 % Fett i. Tr. und laut Nährwertinformationen 24 g Fett in 100 g Käse. Wie viel Gramm Wasser enthalten 100 g Schmelzkäse?

b) Ein Käsehersteller misst vor dem Verpacken, dass der Wassergehalt des Parmesans 40 % beträgt. Welche Angabe zu Fett i. Tr. muss die Verpackung zeigen, wenn der absolute Fettanteil des Käses 27 % beträgt?

c) Ein Teil des Herstellungsprozesses von Käse ist die Reifung. Während der Reifung verdunstet Wasser aus dem Käse. Zu Beginn der Reifung hat Cheddar-Käse einen Wassergehalt von 40 %. Auf einer Packung fertig gereiften Cheddar-Käses stehen die Angaben: 100 g Käse enthalten 36 g Fett, das sind 48 % Fett i. Tr.

(1) Wie viel Gramm wiegt 100 g gereifter Cheddar zu Beginn der Reifung?

(2) Um wie viel Prozent verringert sich das Gewicht des Cheddar während der Reifung?

(3) Wie viel Prozent seines Wassergehalts verliert der Cheddar während der Reifung?

5. Alle Kartenspiele *Level* n sind mit einer gleichen Anzahl n verschiedener Zahlen bedruckt. So stehen etwa auf jeder Karte des Kartenspiels *Level* 3 genau 3 verschiedene Zahlen. Für die Zahlen auf den Karten gelten folgende Regeln:

- Zieht man zwei beliebige Karten, so stimmen sie immer in genau einer Zahl überein.
- Es gibt für jede Zahl auf jeder Karte eine andere Karte im Spiel, auf der diese Zahl auch steht.
- Jede Zahl tritt im Kartenspiel gleich oft auf.

Wir verwenden die Schreibweise $(1|2)$, wenn die Karte mit den Zahlen 1 und 2 bedruckt ist. Das vollständige Kartenspiel *Level* 2 besteht aus den Karten $(1|2)$, $(1|3)$, $(2|3)$.

a) Zum Kartenspiel *Level* 3 gehören die Karten $(1|2|3)$, $(1|4|5)$ und $(1|6|7)$. Notiere eine mögliche Zahlenverteilung für die vier restlichen Karten $(2|\square|\square)$, $(2|\square|\square)$, $(3|\square|\square)$ und $(3|\square|\square)$.

b) Das Kartenspiel *Level* 4 besteht aus 13 Karten mit je vier der Zahlen 1 bis 13.

(1) Auf wie vielen Karten kommt die Zahl 10 vor?

(2) Die Karten $(1|2|3|4)$, $(1|5|6|7)$, $(2|6|9|12)$, $(3|7|8|12)$ und $(4|7|9|11)$ gehören zum Spiel.

Notiere eine mögliche Zahlenverteilung für die fehlenden Karten.

c) Begründe, dass ein Kartenspiel *Level* n aus $1 + n \cdot (n - 1)$ Karten besteht.

d) Ein Kartenspiel *Level* n besteht aus 133 Karten. Bestimme n .

6. In vier verschiedenen Urnen befinden sich jeweils blaue und grüne Kugeln. Im Folgenden werden immer zwei Kugeln aus der jeweils angegebenen Urne gezogen.

a) In der ersten Urne befinden sich insgesamt 20 Kugeln. Die Wahrscheinlichkeit dafür, zwei blaue Kugeln *mit* Zurücklegen zu ziehen, beträgt $\frac{9}{100}$. Bestimme die Anzahl der blauen Kugeln in der Urne.

b) In der zweiten Urne befinden sich insgesamt 16 Kugeln. Die Wahrscheinlichkeit dafür, mindestens eine blaue Kugel *ohne* Zurücklegen zu ziehen, beträgt $\frac{5}{8}$. Bestimme die Anzahl der grünen Kugeln in der Urne.

c) In der dritten Urne befinden sich 5 blaue Kugeln. Die Gesamtanzahl der Kugeln ist unbekannt. Wie viele Kugeln müssen sich in der Urne befinden, wenn die Wahrscheinlichkeit dafür, zwei blaue Kugeln *ohne* Zurücklegen zu ziehen, $\frac{1}{30}$ beträgt?

d) In der vierten Urne befinden sich zunächst gleich viele blaue und grüne Kugeln. Benjamin legt eine weitere grüne und eine schwarze Kugel in die Urne. Die Wahrscheinlichkeit dafür, nun eine blaue und eine grüne Kugel (ohne Beachtung der Reihenfolge) ohne Zurücklegen zu ziehen, beträgt 48 %. Wie viele blaue Kugeln befinden sich in der Urne?

AUFGABENGRUPPE B

06.05.2025

Hinweis: Von jeder Schülerin/jedem Schüler werden vier Aufgaben gewertet. Werden mehr als vier Aufgaben bearbeitet, so werden die mit der besten Punktzahl berücksichtigt.

1. a) Löse die Gleichungen.

(1) $\frac{12}{x} = \frac{2}{3}$

(2) $\frac{x^2 - 2}{2} = 1$

- b) Übertrage die Gleichung auf dein Reinschriftpapier und ersetze die Symbole passend.

$(2x + \square)^2 - 5 = \bigcirc + \triangle + 20$

- c) Löse die Ungleichungen. Gib die Lösungsmenge jeweils in aufzählender Form an,

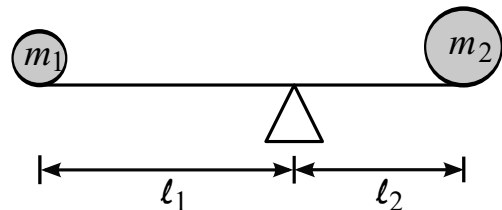
$\mathbb{G} = \mathbb{Z} = \{\dots; -2; -1; 0; 1; 2; \dots\}$.

(1) $10 \cdot (x + 2) < (3x - 1) \cdot (3 + x) - 3x^2$

(2) $(x + 2)^2 \geq x^2 - 8$

2. Damit eine Wippe im Gleichgewicht ist, muss gelten:

$$m_1 \cdot \ell_1 = m_2 \cdot \ell_2$$



- a) Eine Masse $m_1 = 35$ kg befindet sich im Abstand von $\ell_1 = 1,6$ m vom Drehpunkt entfernt. In welchem Abstand ℓ_2 müsste eine Masse $m_2 = 80$ kg entfernt sein, damit die Wippe im Gleichgewicht ist?

- b) Bei einer Wippe soll ein Gleichgewicht entstehen. Gib drei Wertepaare für m_2 und ℓ_2 an, wenn $m_1 = 25$ kg, $\ell_1 = 1,8$ m und $\ell_1 + \ell_2 < 4$ m gelten soll.

- c) Eine Wippe befindet sich im Gleichgewicht.

- (1) Wenn sich m_1 um 25 % erhöht und dabei m_2 und ℓ_2 gleich bleiben, muss sich auch ℓ_1 verändern. Um wie viel Prozent muss ℓ_1 vermindert werden, damit weiterhin ein Gleichgewicht besteht?
- (2) Wenn sich m_1 um 30 % erhöht, m_2 sich halbiert und ℓ_1 um 25 % vermindert wird, muss sich auch ℓ_2 verändern. Um wie viel Prozent muss sich ℓ_2 erhöhen, damit weiterhin ein Gleichgewicht besteht?

3. a) Konstruiere ein Trapez $ABCD$ mit $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$, welches aus drei gleichseitigen Dreiecken mit einer Seitenlänge von 4 cm besteht.

- b) (1) Konstruiere das gleichschenklige Trapez $ABCD$ mit $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ mit dem Umfang $U = 24$ cm, $a = |AB| = 10$ cm, $b = |BC| = 5$ cm.

- (2) Miss die Höhe h_a und berechne den Flächeninhalt dieses Trapezes.

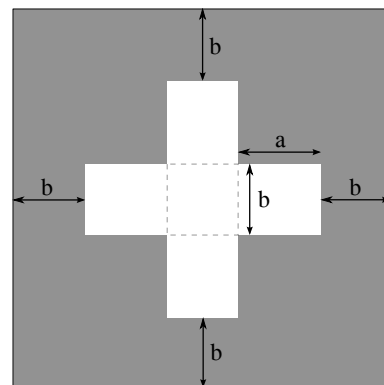
- c) Konstruiere ein Trapez $ABCD$ mit $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$, dem Flächeninhalt $A = 25$ cm², $a = |AB| = 5$ cm, $c = |CD| = 7,5$ cm und dem Winkel $\gamma = 65^\circ$.

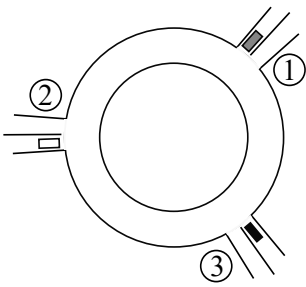
- d) Deniz behauptet, dass man aus den Angaben $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$, $a = 7,5$ cm, $b = 4,7$ cm, $\alpha = 65^\circ$, $\gamma = 124^\circ$ kein gleichschenkliges Trapez zeichnen kann. Begründe, warum Deniz recht hat.

4. Die Nationalflagge der Schweiz besteht aus einem roten Quadrat, in dem sich ein weißes Kreuz befindet.

Das weiße Kreuz besteht aus einem Quadrat mit der Seitenlänge b und vier kongruenten Rechtecken mit den Seitenlängen a und b . Der Abstand des weißen Kreuzes zum Rand der Flagge entspricht an allen Seiten der Länge b . (siehe Abbildung)

Weiterhin gilt $a = \frac{7}{6} \cdot b$, da die Seitenlänge a immer um genau ein Sechstel länger sein soll als die Seitenlänge b .



- a) Berechne die Länge einer Seite b , wenn die Seite $a = 70$ cm lang ist.
 - b) Berechne den Umfang des weißen Kreuzes, wenn die Seitenlänge $b = 9,6$ cm beträgt.
 - c) Zeige, dass man den Umfang der Nationalflagge mit $U = \frac{64}{3} \cdot b$ berechnen kann.
 - d) Berechne den Flächeninhalt der roten Fläche, wenn $b = 18$ cm beträgt.
 - e) Der Flächeninhalt des weißen Kreuzes soll 5100 cm^2 betragen. Bestimme dafür die Werte für a und b .
5. a) Drei Fahrzeuge fahren aus unterschiedlichen Richtungen in einen Kreisverkehr. Alle Fahrzeuge verlassen den Kreisverkehr nach weniger als einer Runde. Die Kombination (12-23-32) („Langform“) bedeutet, dass ein Fahrzeug bei 1 in den Kreisverkehr einfährt und bei 2 diesen wieder verlässt, das nächste Fahrzeug bei 2 ein- und bei 3 ausfährt und das dritte Fahrzeug bei 3 ein- und bei 2 ausfährt. Nur auf die Ausfahrten bezogen, schreibt man kurz 232.
- 
- (1) Gib beide Kombinationsmöglichkeiten (in Langform) an, wenn jede Ausfahrt nur von einem Fahrzeug benutzt werden darf.
 - (2) Gib alle Kombinationsmöglichkeiten (in Langform) an, wenn die Ausfahrten auch von zwei Fahrzeugen benutzt werden dürfen.
- b) In einen anderen Kreisverkehr fahren vier Fahrzeuge aus vier unterschiedlichen Richtungen ein. Alle Fahrzeuge verlassen den Kreisverkehr nach weniger als einer Runde. Notiere nun in Kurzschreibweise (d. h. nur auf die Ausfahrten bezogen).
- (1) Wie viele unterschiedliche Kombinationsmöglichkeiten gibt es, wenn jede Ausfahrt nur von einem Fahrzeug benutzt werden darf?
 - (2) Notiere alle Kombinationsmöglichkeiten, wenn immer genau zwei Fahrzeuge die gleiche Ausfahrt nutzen.
 - (3) Emil behauptet: „Wenn die Autos auch gleiche Ausfahrten nutzen, hat man 36 Kombinationsmöglichkeiten.“ Hat Emil recht? Begründe.
6. a) Gib die Zahl 2025 als Summe ...
- (1) ... dreier aufeinander folgender ungerader Zahlen an,
 - (2) ... dreier unterschiedlicher Quadratzahlen an.
- b) Bestimme jeweils passende Werte für die Variablen in den folgenden Gleichungen.
- (1) $(20 + 25)^x = 2025$
 - (2) $1^y + 2^y + 3^y + 4^y + 5^y + 6^y + 7^y + 8^y + 9^y = 2025$
 - (3) $1^a \cdot 3^b \cdot 5^c \cdot 7^d = 2025$ (a, b, c, d ganzzahlig im Bereich von 0 bis 10)
- c) Schreibe die Zahl 2025 als Produkt zweier zweistelliger Quadratzahlen.
- d) Schreibe die Zahl 2025 als Produkt zweier verschiedener zweistelliger Zahlen, die keine Quadratzahlen sind.
- e) Kim behauptet, dass es keinen Quader mit einem Oberflächeninhalt von 2025 cm^2 gibt, dessen Kantenlängen natürliche Zahlen sind. Hat Kim recht? Begründe deine Antwort.

AUFGABENGRUPPE C

06.05.2025

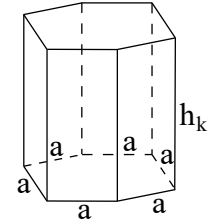
Hinweis: Von jeder Schülerin/jedem Schüler werden vier Aufgaben gewertet. Werden mehr als vier Aufgaben bearbeitet, so werden die mit der besten Punktzahl berücksichtigt.

1. a) Berechne x .

(1) $5 \cdot (7x - 9) = -185$

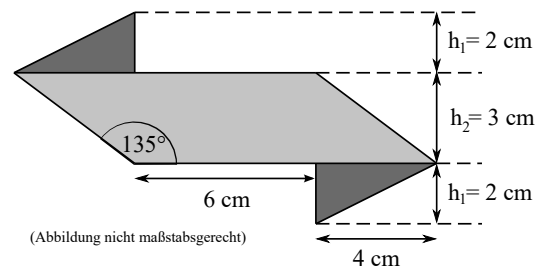
(2) $\frac{1}{4}x = 2$

- b) Die Abbildung zeigt das Kantenmodell eines Prismas aus Draht mit der Körperhöhe h_k . Die Grund- und Deckfläche des Prismas sind deckungsgleiche Sechsecke mit der Kantenlänge a .



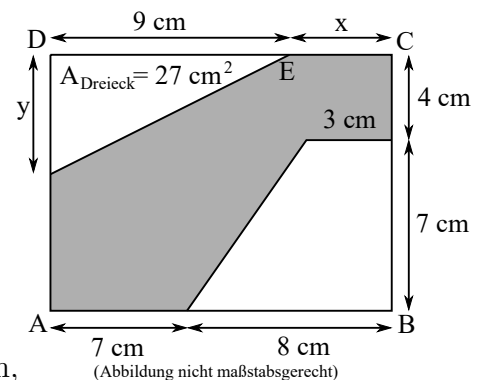
- (1) Bestimme die Gesamtlänge des Drahtes, wenn $a = 4$ cm und $h_k = 10$ cm sind.
- (2) Luciana hat einen Draht mit der Länge von 138 cm. Sie möchte mit diesem Draht das Kantenmodell nachbauen und den Draht dafür vollständig nutzen. Sie wählt für die Körperhöhe $h_k = 8$ cm.
Berechne, wie lang die Kante a dann bei ihrem Kantenmodell ist.
- (3) David hat einen Draht mit der Länge von 72 cm. Auch er möchte mit diesem Draht das Kantenmodell nachbauen und den Draht dafür vollständig nutzen. Bei seinem Kantenmodell soll die Körperhöhe h_k doppelt so lang sein wie die Kante a .
Berechne, wie lang die Kante a dann bei seinem Kantenmodell ist.

2. Das abgebildete Logo einer Firma besteht aus einem Parallelogramm und zwei deckungsgleichen rechtwinkligen Dreiecken.



- a) (1) Zeichne das Logo auf dein Reinschriftpapier. Entnimm die benötigten Maße der Abbildung. Du brauchst das Logo nicht zu färben.
- (2) Das Logo ist punktsymmetrisch. Markiere das Symmetriezentrum in deinem gezeichneten Logo mit einem Kreuz.
- b) Das Logo soll auf einem Plakat auf das 50-Fache vergrößert gedruckt werden. Welche Gesamthöhe hat das Logo dann auf dem Plakat? Gib dein Ergebnis in Meter an.
- c) Auf einem anderen Plakat hat das Parallelogramm eine Höhe von 69 cm. Berechne den Maßstab, in dem das Logo abgebildet ist. Notiere den Maßstab in der Form ? : 1.

3. Aus dem abgebildeten Rechteck ABCD wurden ein weißes Dreieck und ein weißes Trapez herausgeschnitten. Übrig bleibt die graue Restfläche. Der Flächeninhalt des Dreiecks beträgt 27 cm^2 .



- a) Berechne die Länge x .
- b) Berechne die Länge y .
- c) Berechne den Flächeninhalt der grauen Restfläche.
- d) Der Punkt E soll auf der Seite $\overline{CD}$ so verschoben werden, dass der Flächeninhalt des weißen Dreiecks nur noch $\frac{1}{3}$ der ursprünglichen Größe hat. Gib die veränderte Länge der Strecke $\overline{DE}$ an.

4. Ein Schuhgeschäft macht einen Räumungsverkauf und wirbt mit den abgebildeten Angeboten.

Wählen Sie eines der Angebote!

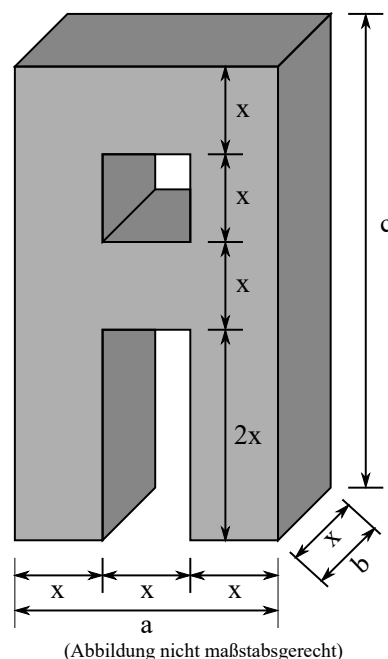
Angebot 1

jedes Paar Winterschuhe: Reduzierung um 30 %
jedes Paar Sommerschuhe: Reduzierung um 25 %
oder

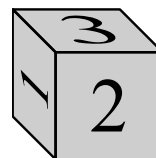
Angebot 2

jedes Paar Schuhe: Reduzierung um 15 €

- a) Sonja möchte ein Paar Sommerschuhe kaufen, die ursprünglich 120,80 € kosteten. Berechne, wie viel Euro Sonja für diese Schuhe mit dem Angebot 1 noch zahlen muss.
- b) Daniel kauft ein Paar Winterschuhe und zahlt dafür mit dem Angebot 1 nur noch 87,50 €. Berechne den ursprünglichen Preis seiner Winterschuhe.
- c) Ayla kauft ein Paar Winterschuhe und ein Paar Sommerschuhe. Beide Paare Schuhe kosteten ursprünglich jeweils 100 €. Sie wählt Angebot 1 und behauptet: „Prima, so habe ich insgesamt 55 % des Gesamtpreises gespart.“ Begründe, warum Ayla nicht recht hat.
- d) Lars möchte ein Paar Winterschuhe kaufen.
Er überlegt: „Bei welchem Preis ist es egal, ob ich mich für Angebot 1 oder Angebot 2 entscheide?“ Beantworte die Frage von Lars und begründe deine Antwort durch eine Rechnung.
5. Ein großer Quader aus Messing hat die Kantenlänge a , b und c . Aus diesem großen Quader werden ein kleiner Würfel und ein kleiner Quader herausgesägt, so dass das abgebildete Werkstück entsteht (siehe Abbildung).



- a) Die Kantenlänge c des großen Quaders beträgt 15 cm. Das Volumen des großen Quaders beträgt 405 cm^3 .
- (1) Berechne die Länge x .
- (2) Berechne das Volumen des abgebildeten Werkstücks.
- (3) Ein Kubikzentimeter (1 cm^3) des verwendeten Messings wiegt 8,5 g. Berechne, wie viel Gramm das abgebildete Werkstück wiegt.
- b) Bei einem anderen Werkstück dieser Form wird der Wert für x verändert. Der herausgesägte kleine Würfel hat jetzt ein Volumen von 216 cm^3 . Berechne die neue Kantenlänge a dieses großen Quaders.
6. Ein Spielwürfel ist mit den Zahlen von 1 bis 6 beschriftet. Mit diesem Spielwürfel wird zweimal gewürfelt. Die gewürfelten Zahlen werden addiert.



- a) Gib die kleinstmögliche Summe und die größtmögliche Summe an.
- b) Gib alle Möglichkeiten an, die Summe 7 zu erhalten. Achte auf die Reihenfolge.
- c) Berechne die Wahrscheinlichkeit dafür, dass zuerst eine gerade Zahl gewürfelt wird und danach eine Zahl gewürfelt wird, die kleiner als 3 ist.
- d) Berechne die Wahrscheinlichkeit dafür, dass man die Summe 4 erhält.