

LÖSUNGEN

AUFGABENGRUPPE A

1.

a) $\mathbb{L} = \{-5; 0; 7\}$

b) $\mathbb{L} = \{4; 5\}$

Falls $x - 5 = 0$: $x = 5$

Für $x - 5 \neq 0$:

$x^3 - 8 = 56$

$x^3 = 64$

c) $\mathbb{L} = \{-5; -4; 5\}$

$(x - 5) \cdot (x + 5) \cdot (x + 5)^2 = (x + 5) \cdot (x - 5) \cdot (x + 5)$

Falls $x - 5 = 0$: $x = 5$

oder falls $x + 5 = 0$: $x = -5$

Ansonsten:

$(x + 5)^2 = x + 5$

$x + 5 = 1$

d) $\mathbb{L} = \{-6; -5; \dots; 0; 1\}$

1. Fall: $x^3 - 8 > 0$ und $x + 7 < 0$

$x^3 > 8$ und $x < -7$

$x > 2$ und $x < -7$

$\mathbb{L}_1 = \{ \}$

2. Fall: $x^3 - 8 < 0$ und $x + 7 > 0$

$x^3 < 8$ und $x > -7$

$x < 2$ und $x > -7$

$-7 < x < 2$

2. a) (1) Hinweise zur Konstruktion des Vierecks $ABCD$ Zeichnen von $e = 6,4$ cm

Kennzeichnen des Mittelpunktes

Zeichnen der Diagonalen $f = 3,2$ cm(senkrecht zu e)

Verbinden der Eckpunkte

(2) Raute

b) (1) Hinweise zur Konstruktion des Vierecks $ABCD$ Zeichnen von $b = |BC| = 3$ cmAntragen von $\beta = 98^\circ$ in B Kreis um C mit Radius $e = 7$ cm schneidetfreien Schenkel von β in A .Antragen von $\alpha = 98^\circ$ in A (*)Berechnen von $\gamma + \delta = 360^\circ - 2 \cdot 98^\circ$ $= 164^\circ$ führt auf $\gamma = \delta = 82^\circ$.Antragen von $\gamma = 82^\circ$ in C Die freien Schenkel von γ und α schneiden sich in D .

alternativ nach (*):

Wegen $\alpha = \beta$ ist $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$.

Parallele zu $\overline{AB}$ durch C schneidet freien Schenkel von α in D .

zweite Alternative nach (*):

Wegen $\alpha = \beta$ und $\gamma = \delta$ gilt $e = f$.

Der Kreis um B mit Radius $f = 7$ cm schneidet den freien Schenkel von α in D .

- (2) symmetrisches Trapez (oder: gleichschenkliges Trapez)
Trapez

- c) Hinweise zur Konstruktion des Trapezes $ABCD$

Zeichnen von $a = |AB| = 6,4$ cm.

Markieren von B' auf $\overline{AB}$ im Abstand 2,4 cm

(= c) von B

Konstruktion (SSS) des Dreiecks $AB'D$

mit $B'D = BC = b$

Parallele zu $\overline{B'D}$ durch B

schneidet Parallele zu $\overline{AB}$ durch D in C (alternativ: Dreieck DBC mit SSS).

-
3. a) (1) Zeichnen des Quadrats $ABCD$ und der Diagonalen $d = \overline{AC}$
- (2) Zeichnen von M_1 und k_1
Zeichnen der Diagonalen $\overline{BD}$.
Antragen von $22,5^\circ$ an $\overline{AB}$ zum Zeichnen der Winkelhalbierenden w des Winkels $\sphericalangle BAC = 45^\circ$
Schnittpunkt von w und d ist M_1 .
 r_1 als Abstand von M_1 zu $\overline{AB}$ oder $\overline{AC}$ (oder $\overline{BC}$)
- (3) Zeichnen von M_2 und k_2
 k_1 schneidet w in S .
Orthogonale zu w in S schneidet $\overline{AB}$ in E und $\overline{AC}$ in F .
 M_2 ist Inkreismittelpunkt des Dreiecks AEF .
 r_2 als Abstand von M_2 zu $\overline{AB}$ oder $\overline{AC}$ (oder $\overline{EF}$).
- b) (1) Zeichnen des Quadrats $ABCD$ und des Viertelkreises v .
- (2) Zeichnen von M_1 , M_2 , k_1 und k_2 .
Diagonale $\overline{AC}$ schneidet v in S .
Orthogonale zu $\overline{AC}$ durch S schneidet $\overline{BC}$ in E_1 und $\overline{CD}$ in F_1 .
 M_1 ist Inkreismittelpunkt des Dreiecks E_1CF_1 .
 r_1 als Abstand von M_1 zu $\overline{BC}$ oder $\overline{CD}$ (oder $\overline{E_1F_1}$).
Orthogonale zu $\overline{AC}$ durch S schneidet die Verlängerung von $\overline{AB}$ in E_2 und die Verlängerung von $\overline{AD}$ in F_2 .
 M_2 ist Inkreismittelpunkt des Dreiecks E_2F_2A .
 r_2 als Abstand von M_2 zu $\overline{AB}$ oder $\overline{AD}$ (oder $\overline{E_2F_2}$).

-
4. a) (1) $3^2 + 2^2 = 9 + 4 = 13$
 $1^2 + 3^2 = 1 + 9 = 10$
 $1^2 + 0^2 = 1$
- (2) $7^2 = 49$
 $4^2 + 9^2 = 16 + 81 = 97$
 $9^2 + 7^2 = 81 + 49 = 130$
 $1^2 + 3^2 + 0^2 = 1 + 9 + 0 = 10$

$$1^2 + 0^2 = 1$$

- b) Weil 32 eine fröhliche Zahl ist, ist auch 23 eine fröhliche Zahl, da man die quadratischen Summanden vertauschen kann.
Das Zehnfache einer fröhlichen Zahl ist wieder eine fröhliche Zahl, weil die Ziffer 0 nichts zur Summe der Quadrate beiträgt.
(alternativ: Rechnungen)
- c) z. B. 103, 130, 301, 310
(Zur Kontrolle vollständige Liste: 103, 109, 129, 130, 133, 139, 167, 176, 188, 190, 192, 193, 203, 208, 219, 226, 230, 236, 239, 262, 263, 280, 291, 293, 301, 302, 310, 313, 319, 320, 326, 329, 331, 338, 356, 362, 365, 367, 368, 376, 379, 383, 386, 391, 392, 397, 404, 409, 440, 446, 464, 469, 478, 487, 490, 496, 536, 556, 563, 565, 566, 608, 617, 622, 623, 632, 635, 637, 638, 644, 649, 653, 655, 656, 665, 671, 673, 680, 683, 694, 700, 709, 716, 736, 739, 748, 761, 763, 784, 790, 793, 802, 806, 818, 820, 833, 836, 847, 860, 863, 874, 881, 888, 899, 901, 904, 907, 910, 912, 913, 921, 923, 931, 932, 937, 940, 946, 964, 970, 973, 989, 998)
- d) (1) $9^2 + 0^2 + \dots 0^2 + 7^2 = 81 + 49 = 130$
 $1^2 + 3^2 + 0^2 = 1 + 9 = 10$
 $1^2 + 0^2 = 1$
 (2) $1^2 + 0^2 + \dots 0^2 + 9^2 = 1^2 + 9^2 = 1 + 81 = 82$
 $8^2 + 2^2 = 64 + 4 = 68$
 $6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100$
 $1^2 + 0^2 + 0^2 = 1$
- e) 68 (oder 86)

5. a) $1 \times 7 \text{ €-Marke } (35 \text{ €} < 41,50 \text{ €}), \text{ Rabatt } 7 \text{ €}$
 $2 \times 3 \text{ €-Marke } (2 \times 15 \text{ €} < 41,50 \text{ €}), \text{ Rabatt } 6 \text{ €}$
 $1 \times 3 \text{ €-Marke und } 1 \times 5 \text{ €-Marke } (15 \text{ €} + 25 \text{ €} < 41,50 \text{ €}), \text{ Rabatt } 8 \text{ €}$
- b) (1) 5-5-5-5; 3-3-7-7; 3-7-5-5
 (2) 114,99 €
 Einkaufswert (z. B. bei der Kombination 5-5-5-5):
 $25 \text{ €} \cdot 4 = 100 \text{ €}$
 höchster Einkaufswert, bei dem kein Rabatt gewährt wird: 14,99 €
- c) 3-3-3: $40 \text{ €} + 3 \cdot 3 \text{ €} = 49 \text{ €}$
 5-5: $40 \text{ €} + 2 \cdot 5 \text{ €} = 50 \text{ €}$
- d) 17,50 €
 Zwei Artikel kosten ohne Rabatt entweder
 $28 \text{ €} + 2 \cdot 3 \text{ €} = 34 \text{ €}$ oder $28 \text{ €} + 7 \text{ €} = 35 \text{ €}$.
 Drei Artikel kosten ohne Rabatt entweder
 $42,50 \text{ €} + 7 \text{ €} = 49,50 \text{ €}$ oder $42,50 \text{ €} + 10 \text{ €} = 52,50 \text{ €}$.
 $35 \text{ €} : 2 = 52,50 \text{ €} : 3$
- e) Der Rabatt bei den Mindesteinkaufswerten beträgt jeweils maximal $\frac{1}{5}$,
 d. h. 20 %.
 Setzt man bei einem Einkaufswert mehrere Marken ein, indem man den Einkaufswert passend aufteilt, so beträgt der Rabatt bei den jeweiligen Teilen auch jeweils maximal 20 %.

6. a) $\frac{5}{10} \left(= \frac{1}{2} \right)$
 b) $\frac{5}{10} \cdot \frac{4}{9} \cdot \frac{3}{8} \left(= \frac{60}{720} = \frac{1}{12} \right)$
 c) (1) $\frac{2}{10} \cdot \frac{8}{9} \cdot \frac{7}{8} \cdot \frac{6}{7} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 \left(= \frac{2}{10} \cdot \frac{1}{9} = \frac{2}{90} = \frac{1}{45} \right)$

(2) Die Veränderung der Boxnummern vertauscht nur die Reihenfolge der Faktoren im Zähler bzw. Nenner.

d) $\frac{5}{10} \cdot \frac{3}{9} \cdot \frac{2}{8} \cdot 6 \left(= \frac{180}{720} = \frac{1}{4} \right)$

e) Der Trainer hat recht mit Begründung.

$$\frac{5}{10} \cdot \frac{4}{9} \cdot \frac{5}{8} \cdot 3 + \frac{5}{10} \cdot \frac{4}{9} \cdot \frac{3}{8}$$
$$\frac{300}{720} + \frac{60}{720} = \frac{360}{720} = \frac{1}{2}$$

LÖSUNGEN

AUFGABENGRUPPE B

-
1. a) (1) $x = 4$
 $18 - x - 15 = 3x - 9 - 4$
 $3 - x = 3x - 13$
 $-4x = -16$
- (2) $x = 3$
 $x^2 + 2x + 1 = x^2 + 7$
 $2x + 1 = 7$
 $2x = 6$
- (3) $x = 20$
 $x^2 + 3x - 2x - 6 = x^2 + 5,5x - 96$
 $x^2 + x - 6 = x^2 + 5,5x - 96$
 $x - 6 = 5,5x - 96$
 $-4,5x = -90$
- b) $\mathbb{L} = \{26; 27; 28; \dots\}$
 $2x - 14 \geq x + 12$
 $x \geq 26$
-
2. a) 2 245 000 ha
z. B.
898 000 ha entsprechen 40 %.
22 450 ha entsprechen 1 %.
- b) (1) 457 000 ha
502 700 ha entsprechen 110 %.
4570 ha entsprechen 1 %.
- (2) „Lene hat nicht recht.“ mit korrekter Begründung
z. B.
„Eine jährliche Steigerung führt auch zu einer jährlichen Veränderung des Grundwertes.“
- c) 40 %
 $36\,000 \text{ ha} : 60\,000 \text{ ha} = 0,6$
 $1 - 0,6 = 0,4$
- d) A
-
3. a) korrektes Einzeichnen der Punkte A , B , C und D
- b) (1) 24 cm^2
Flächeninhalt Rechteck: 32 cm^2
Flächeninhalt Parallelogramm: $\frac{3}{4} \cdot 32 \text{ cm}^2$
- (2) $E(6|3)$ und $F(2|7)$
 $24 \text{ cm}^2 = 4 \text{ cm} \cdot g$
 $g = 6 \text{ cm}$
- c) $G(2|3)$
 $24 \text{ cm}^2 = (8 \text{ cm} + d) \cdot 4 \text{ cm} : 2$
 $d = 4 \text{ cm}$

- d) korrektes Einzeichnen der Raute
 $H(6|4), (2|6)$
-
4. a) (1) Hinweise zur Konstruktion mit Beschriftung
 z. B.
 Zeichnen der Seite a
 Abtragen von γ an a
 Kreisbogen um B mit $r = c = 7$ cm schneidet
 freien Schenkel in A .
- (2) Hinweise zur Konstruktion mit Beschriftung
 Berechnung der Winkel α und β mit 45°
 z. B.
 Zeichnen der Seite c
 Antragen der Winkel α und β
 und Vervollständigen zum Dreieck
- (3) Begründung:
 z. B.
 „Paula hat recht, da bei solch einem gleichschenkligen Dreieck die
 beiden Basiswinkel bereits 180° ergeben würden.“
- b) Hinweise zur Konstruktion mit Beschriftung
 Zeichnen des Höhenstreifens h_c mit 3 cm
 und Markieren des Punktes A
 Abtragen von α in Punkt A
 schneidet Parallelstreifen in C
 Kreisbogen um C mit dem Radius 7 cm
-
5. a) David müsste beginnen.
- b) (1) 5-6-3-4-1-2
 (2) zwei durch 4 teilbare Zahlen
 z. B.
 1-2-3-4-5-6
 1-2-5-4-3-6
- c) „Ja, er hat recht.“ mit Begründung:
 Die Quersumme der Zahl ist immer 21 und damit durch 3 teilbar.
- d) (1) 72 Möglichkeiten
 richtiger Ansatz
 z. B.
 $(3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1) \cdot 2$
- (2) 12 Möglichkeiten
 richtiger Ansatz
 z. B.
 $3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1$
- e) 648 Möglichkeiten
 „0“ darf nicht an 1. Stelle stehen.
 Reihenfolge: E-C-D-E-C-D-E-C-D-E
 $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1$
-
6. a) (1) 18
 $60 \cdot 6 : 20$
- (2) 15

$$30 \cdot 10 : 20$$

(3) 4

$$30 \cdot 8 : 60$$

b) Zahnradgrößen 8 - 6 - 3 oder deren Vielfache

24 als kleinstes gemeinsames Vielfaches der Zahlen 3, 4 und 8.

Zahnradgröße 2 = (Zahnradgröße 1) : 4 · 3

Zahnradgröße 3 ist die Hälfte von Zahnradgröße 2

c) (1) Das Zahnrad 3 dreht sich in die gleiche Richtung wie Zahnrad 1.

(2) „Die Drehrichtung ist entgegengesetzt,
da sich Zahnräder mit gerader Zahl nach links und
Zahnräder mit ungerader Zahl nach rechts drehen.“

LÖSUNGEN

AUFGABENGRUPPE C

1. a) (1) $x = 7$

$$5x - 12 = 23$$

$$5x = 35$$

(2) $x = -8$

$$25x + 20 = 19x - 28$$

$$6x + 20 = -28$$

$$6x = -48$$

(3) $x = 3$

$$7,2x - 6,5 - 2,7x + 3 = 10$$

$$4,5x - 6,5 + 3 = 10$$

$$4,5x - 3,5 = 10$$

$$4,5x = 13,5$$

b) $x + 8 = 3 \cdot x$

$$x + 8$$

$$3 \cdot x$$

2. a) 125 (Würstchen)

$$15 \text{ kg} = 15\,000 \text{ g}$$

$$15\,000 \text{ g} : 120 \text{ g/Wurst}$$

b) 136,15 €

z. B.

$$260 \text{ €} - 80 \text{ €}$$

$$= 180 \text{ €}$$

15 kg Würstchen entsprechen 180 €.

1 kg Würstchen entspricht 12 €.

4,2 kg Würstchen entsprechen 50,40 €.

$$50,40 \text{ €} + 85,75 \text{ €}$$

c) „Herr Sommer hat nicht recht.“

z. B.

$$80 \text{ €} : 200 \text{ Brötchen}$$

$$= 0,40 \text{ €/Brötchen}$$

$$3,60 \text{ €} : 8 \text{ Brötchen}$$

$$= 0,45 \text{ €/Brötchen}$$

3. a) 129,20 €

z. B.

100 % entsprechen 680 €.

1 % entspricht 6,80 €.

b) korrekte Rechnung

$$59,50 \text{ €} - 50 \text{ €} = 9,50 \text{ €}$$

50 € entsprechen 100 %.

1 € entspricht 2 %.

9,50 € entsprechen 19 %.

- c) 600 €
z. B.
119 % entsprechen 714 €.
1 % entspricht 6 €.
- d) korrekte Antwort, z. B. „Laura hat recht, denn $19 \% \approx 20 \%$.“
 $\frac{1}{5} = \frac{20}{100} = 20 \%$
-

4. a) Konstruktion mit Beschriftung
z. B.
Zeichnen der Strecke $|AB| = a = 5 \text{ cm}$
Antragen von $\alpha = 130^\circ$ im Punkt A
Antragen von $\beta = 130^\circ$ im Punkt B
Abtragen der Länge $|AE| = 4 \text{ cm}$
Abtragen der Länge $|BC| = 4 \text{ cm}$
Kreisbogen um C mit dem Radius $r = 6,5 \text{ cm}$
Kreisbogen um E mit dem Radius $r = 6,5 \text{ cm}$
Vervollständigen zum Fünfeck $ABCDE$
- b) Spiegelung der Figur mit Beschriftung
gezeichnete Gerade g durch die Punkte A und B
Spiegelung der Punkte E , C und D
Verbinden der Punkte zur Gesamtfigur
(Abweichungen von $\pm 1 \text{ mm}$ und $\pm 1^\circ$ sind zu akzeptieren.)
- c) Begründung
z. B.
„Die gewählten Seitenlängen sind zu kurz.“
-

5. a) $A_{\text{graue Teilfläche}} = 31,5 \text{ cm}^2$
z. B.
 $A_{\text{Rechteck ABCD}} = 12 \text{ cm} \cdot 7 \text{ cm}$
 $A_{\text{Rechteck ABCD}} = 84 \text{ cm}^2$
 $84 \text{ cm}^2 : 8$
- b) (1) $A_{\text{Rechteck ABCD}} = 120 \text{ cm}^2$
z. B.
 $75 \text{ cm}^2 : 5 = 15 \text{ cm}^2$
 $A_{\text{Rechteck ABCD}} = 15 \text{ cm}^2 \cdot 8$
- (2) Angabe einer möglichen Seitenlänge für a und für b
z. B.
 $a = 20 \text{ cm}$ und $b = 6 \text{ cm}$
(Akzeptiert werden alle Paare $(a|b)$ mit $a \cdot b = 120 \text{ cm}^2$.)
- c) $b = a$ (oder $b = 12 \text{ cm}$)
-

6. a) $a = 17 \text{ cm}$
z. B.
 $28 \text{ cm} - 6 \text{ cm}$
 $= 22 \text{ cm}$
 $22 \text{ cm} : 2$
 $= 11 \text{ cm}$
 $a = 11 \text{ cm} + 6 \text{ cm}$
- b) $\gamma = 108^\circ$

z. B.

$$\alpha = 180^\circ : 5$$

$$= 36^\circ$$

$$\gamma = 3 \cdot 36^\circ$$

- c) $a = 6 \text{ cm}$ und $b = 8 \text{ cm}$ (oder $a = 8 \text{ cm}$ und $b = 6 \text{ cm}$)

z. B.

$$A_{\text{Rechteck}} = a \cdot b = 48 \text{ cm}^2$$

$$U_{\text{Rechteck}} = 2 \cdot a + 2 \cdot b = 28 \text{ cm}$$

Lösung über strategisches Probieren mit den Teilern der Zahl 48:

$$A = 6 \text{ cm} \cdot 8 \text{ cm} = 48 \text{ cm}^2 \text{ und } U = 2 \cdot 6 \text{ cm} + 2 \cdot 8 \text{ cm} = 28 \text{ cm}$$

- d) $a = 9 \text{ cm}$ und $b = 12 \text{ cm}$

z. B.

$$U_{\text{Quadrat}} = 4 \cdot a$$

$$U_{\text{Dreieck}} = 3 \cdot b$$

$$a + 3 = b$$

Lösung über strategisches Probieren:

$$U = 4 \cdot 3 \text{ cm} \neq 3 \cdot 6 \text{ cm}$$

$$U = 4 \cdot 9 \text{ cm} = 3 \cdot 12 \text{ cm}$$
