

LÖSUNGEN

AUFGABENGRUPPE A

1. a) $\mathbb{L} = \{-3; \dots; 3\}$
 $x^4 < 90$
- b) $\mathbb{L} = \{0\}$
 $64x^2 < 16$
 $x^2 < \frac{1}{4}$
- c) $\mathbb{L} = \{\dots; -3; 0; 3; \dots\}$
 $3x^4 \cdot (9 - x^2) \leq 0$
 Fall 1: $3x^4 \cdot (9 - x^2) = 0$
 $3x^4 = 0$ oder $(9 - x^2) = 0$
 $x = 0$ oder $x^2 = 9$
 $\mathbb{L}_1 = \{-3; 0; 3\}$
 Fall 2: $3x^4 \cdot (9 - x^2) < 0$
 $3x^4 > 0$ gilt immer
 $x^2 > 9$
 $\mathbb{L}_2 = \{\dots; -5; -4; 4; 5; \dots\}$
- d) $\mathbb{L} = \{\dots; -3; -2; -1; 3; 4; 5; \dots\}$
 $(4 \cdot (x^2 - 2x + 1))^2 \geq 256$
 $16 \cdot ((x - 1)^2)^2 \geq 256$
 $(x - 1)^4 \geq 16$
 $x - 1 \leq -2$ oder $x - 1 \geq 2$
 $x \leq -1$ oder $x \geq 3$

2. a) Hinweise zur Konstruktion des Dreiecks ABC
 Zeichnen der Seite $|AB| = c = 8$ cm und Antragen des Winkels α
 zwei Parallelen zu den Schenkeln von α im
 Abstand $r_i = 2$ cm mit Schnittpunkt M_i
 Inkreis k um M_i mit Radius 2 cm
 Tangente an Inkreis k durch B
 schneidet freien Schenkel von α in C
- b) Hinweise zur Konstruktion des Dreiecks ABC
 w_α und w_β schneiden sich in W .
 Berechnen des Winkels $\sphericalangle BAW$ mit $180^\circ - 125^\circ - \frac{48^\circ}{2} = 31^\circ = \frac{\alpha}{2}$
 $\alpha = 62^\circ$
 w_β schneidet Seite \overline{AC} unter einem Winkel von
 $180^\circ - \alpha - \frac{\beta}{2} = 94^\circ$ im Punkt D .
 Konstruktion des Teildreiecks ABD nach WSW.
 Antragen von $\frac{\beta}{2}$ an \overline{BD} in B .
 Verlängerung von \overline{AD} schneidet freien Schenkel
 von β in C .
- c) Hinweise zur Konstruktion des Dreiecks ABC
 Zeichnen des Höhenstreifens mit $h_c = 4$ cm und Festlegen
 des Punktes B .

Antragen des Winkels $\beta = 50^\circ$ in B schneidet
Höhenstreifen in C .
Kreis um B mit Radius 2 cm schneidet
Höhenstreifen in D .
Konstruktion der Mittelsenkrechten m_{CD}
schneidet Höhenstreifen durch B und D in A .

3. a) (1) Hinweise zur Konstruktion des Quadrats $PQRS$
Zeichnen des Dreiecks ABC
Die Punkte P und Q liegen jeweils 3 cm von A entfernt
auf der Senkrechten \overline{PQ} zu h_a
Ergänzen der zu \overline{PQ} senkrechten Strecken
 $\overline{PS} = 6$ cm und $\overline{QR} = 6$ cm
- (2) Hinweise zur Konstruktion des Quadrats $PQRS$
Zeichnen des Dreiecks ABC
Antragen je eines Winkels von 15° an die Seiten \overline{AB} und \overline{AC}
mit Scheitelpunkt $A (= P)$
Antragen je eines Winkels von 75° an die Seite \overline{AB} mit Scheitelpunkt B
und an die Seite \overline{AC} mit Scheitelpunkt C
Das Quadrat $PQRS$ in Aufgabe (1) hat den größeren Flächeninhalt.
Die Quadratseite \overline{PQ} bei Aufgabe (2) liegt gegenüber dem
 75° -Winkel und muss daher kleiner als 6 cm sein,
weil die längste Seite des Dreiecks gegenüber dem 90° eine Länge von 6 cm hat.
In Aufgabe (1) ist eine Quadratseite 6 cm lang.
- b) (1) Zeichnen des Quadrats $ABCD$ mit den Viertelkreisen v_1 und v_2
(2) korrekte Begründung
Die Berührungspunkte des Lösungskreises k_3 mit v_1 und v_2 heißen S_1 und S_2 .
Es gilt: $|EF| = |AS_1| = |BS_2| = r = |AB|$
Ferner ist $|ME| = |MS_1| = |MS_2|$ (Radien von k_3)
Es folgt: $|EF| - |EM| = |AS_1| - |MS_1| = |BS_2| - |MS_2|$
- (3) Konstruktion von M und Zeichnen von k_3
Mittelsenkrechte m_{AF} von \overline{AF}
 m_{AF} und Gerade durch E und F schneiden sich in M .
-

4. a) (1) Erklärung:
Die Anzahl der Tage (vom 28.2. ab gerechnet) ist immer durch 7 teilbar:
4.4.: 31 Tage im März + 4 Tage im April = 35 Tage
3.1.: 28 Tage im Januar + 28 Tage im Februar
- (2.1) Ein Jahr hat 365 Tage. $365 : 7$ hat den Rest 1,
also wandert im Folgejahr der Wochentag einen Tag weiter.
- (2.2) Da ein Schaltjahr 366 Tage hat,
wandert im Folgejahr der Wochentag zwei Tage weiter.
- b) weitere Möglichkeiten 2026: 13.3. und 13.11.
Da der Februar 28 Tage hat, ist auch der 13.3.26 ein FdD.
Von Samstag (dem Wochentag des Starttages 28.2.26) bis Freitag sind
es $6 + 7n$ Tage.
 $6 + \text{Tagesdatum eines Fixtages aus a)}$ muss $13 + 7n$ ergeben.
- c) x sei das Tagesdatum eines Fixtages.
- (1) 1 FdD
2025 war der Starttag ein Freitag.

Dann sind auch alle Fixtage Freitage.

$$x + 7n = 13 \quad (n \in \mathbb{N})$$

Für $n = 1$ ist $x = 6$, also FdD: 13.6.25

Für $n \geq 2$ wäre x negativ, was unmöglich ist.

(2) 2 FdD

2029 ist der Starttag ein Mittwoch.

Von Mittwoch bis Freitag sind es 2 Tage.

$$2 + x = 13 + 7z \quad (z \in \mathbb{Z})$$

$$x = 11 + 7z$$

$$z = 0 : x = 11, \text{ also FdD: 13.7.29}$$

$$z = -1 : x = 4, \text{ also FdD: 13.4.29}$$

Für andere z -Werte liegen die Ergebnisse über 13.

(3) 2 FdD

2030 ist der Starttag ein Donnerstag.

Von Donnerstag bis Freitag ist es 1 Tag.

$$1 + x = 13 + 7z \quad (z \in \mathbb{Z})$$

$$x = 12 + 7z$$

$$z = 0 : x = 12, \text{ also FdD: 13.12.30}$$

$$z = -1 : x = 5, \text{ also FdD: 13.9.30}$$

Für andere z -Werte liegen die Ergebnisse über 13.

d) (1) Monat 2; 3; 11 (Bei Monat 2 gilt $31 : 7$ hat den Rest 3)

Für alle Nicht-Schaltjahre sind diese Monate gleich.

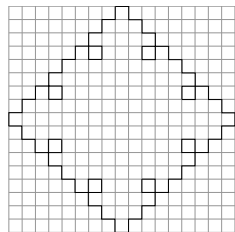
Wenn Monate mit dem jeweils gleichen Wochentag beginnen, haben entweder alle oder keiner FdD's.

(2) Es gibt maximal drei FdD in einem Jahr.

Pro Jahr gibt es maximal drei Monate mit gleichem Wochentag am Anfang.

(3) Abstand 14 Monate
(13.7. 29 bis 13.9.30)

5. a)



b) (1) $S(2) = 20 (= 4 \cdot 5)$
 $S(3) = 100 (= 4 \cdot 5 \cdot 5)$

(2) $S(10) = 4 \cdot 5^9$

(3) $S(n) = 4 \cdot 5^{n-1}$

c) (1) $U(2) = \frac{20}{3}$
 $U(3) = \frac{100}{9}$

(2) $U(n) = 4 \cdot \left(\frac{5}{3}\right)^{n-1}$

d) (1) Flächeninhalt des Ausgangsquadrats ist 1, der nächste Summand ist der Flächeninhalt der vier angesetzten Quadrate, der letzte Summand der der danach angesetzten 20 Quadrate.

(2) $(4 \cdot 5 \cdot 5)$ und $\left(\frac{1}{27}\right)^2$, insgesamt:

$$A(4) = 1 + 4 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 + 4 \cdot 5 \cdot \left(\frac{1}{9}\right)^2 + 4 \cdot 5 \cdot 5 \cdot \left(\frac{1}{27}\right)^2$$

e) $A(3') = 1 - 4 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 - 4 \cdot 5 \cdot \left(\frac{1}{9}\right)^2$ (oder $5 \cdot 5 \cdot \left(\frac{1}{9}\right)^2$)

- b) (1) $\frac{1}{30} \cdot \frac{1}{29} \cdot \frac{1}{28} \cdot \frac{1}{27}$
 (2) $3 \cdot \frac{1}{30} \cdot \frac{1}{29} \cdot \frac{1}{28} \cdot \frac{1}{27}$
 c) $3 \cdot 5 \cdot 24 \cdot \frac{1}{30} \cdot \frac{1}{29} \cdot \frac{1}{28} \cdot \frac{1}{27}$
 d) $5 \cdot \frac{1}{30} \cdot \frac{1}{29}$
 e) $\frac{30}{30} \cdot \frac{24}{29} \cdot \frac{18}{28} \cdot \frac{12}{27}$
 f) (1) $1 \cdot \frac{29}{30} \cdot \frac{28}{30}$
 (2) Tom wurde nicht dreimal derselbe Platz zugelost.

1. a) (1) $x = -0,75$
 $6x - 13 = 14x - 7$
 $-8x = 6$
 (2) $x = 7$
 $x^2 - 2x + 1 = x^2 + 2x - 3x - 6$
 $-x = -7$
 b) $\mathbb{L} = \{\dots; -3; -2; -1\}$
 $x^2 - 18x + 81 - x^2 - 20x - 100 > 0$
 $-38x - 19 > 0$
 $-38x > 19$
 $x < -0,5$
 c) (1) $x^2 + 5 = (x + 5) \cdot (x - 3)$
 (2) $x = 10$
 $x^2 + 5 = x^2 + 5x - 3x - 15$
 $2x = 20$

2. a) Konstruktion:
 z. B.
 Zeichnen der Seite $c = 5,5$ cm
 Parallele zu c im Abstand 5 cm ($= h_c$).
 Kreisbogen um B mit $r = 6$ cm führt auf
 zwei Schnittpunkte.
 Vervollständigen zum stumpfwinkligen Dreieck
 b) Konstruktion:
 Zeichnen der Seite b und Antragen von γ
 Mittelpunkt M von Seite b
 Abtragen von s_b mit 7 cm in M
 B als Schnittpunkt von
 Schenkel a und s_b
 Vervollständigen zum Dreieck
 c) Konstruktion:
 Zeichnen des Schenkels mit Scheitel A und $\alpha = 48^\circ$

Strecke $\overline{AD} = w_\alpha = 6,5 \text{ cm}$
Senkrechte zu \overline{AB} durch Punkt D
Vervollständigen zum Dreieck

3. a) 202,50 €
1 Trinkflasche kostet 4,50 €.
- b) (1) 120 Flaschen
 $1 - 0,1 = 0,9$
 $4,50 \text{ €} \cdot 0,9 = 4,05 \text{ €}$
 $486 \text{ €} : 4,05 \text{ €}$
- (2) $90 < n < 100$
z. B.
 $n \cdot 4,50 = 100 \cdot 4,05$
- c) 11 h 15 min
z. B.
 $5 \cdot 12 = 60$
 $60 - 5 \cdot 3 = 45$
 $45 : 4 = 11,25$
-

4. a) (1) 15
(2) Erklärung:
z. B.
Summe 45
 $45 : 3 = 15$
- (3) 0
z. B.
 $(-4) + (-3) + (-2) + \dots + 4 = 0$
 $0 : 3$
- (4) 6; 7; 8; 9; 10; 11; 12; 13; 14
- b) (1) 34
z. B.
 $1 + 2 + 3 + \dots + 16 = 136$
 $136 : 4$
- (2) 48; 49; 50; 51; ...; 61; 62; 63
 $222 : 4 = 55,5$
 $55,5 \cdot 2 = 111$ (1. + 16. Zahl der Zahlenfolge)
- (3) korrekte Begründung
z. B.
 $1000 : 4 = 250$
 $250 \cdot 2 = 500$
Die Summe der 1. und 16. Zahl muss ungerade sein.
Die Zahl 500 ist aber eine gerade Zahl.
-

5. a) Koordinatensystem mit Kreis ($r = 5 \text{ cm}$)
- b) (1) Zeichnen des Dreiecks
 $x = -4$
- (2) 20 cm^2
 $g = 10 \text{ cm}$
 $h = 4 \text{ cm}$
- (3) $(-4|-3)$

- c) (1) 50 cm^2
Ansatz
z. B.
Berechnung über zwei Dreiecke

$$A = \frac{g \cdot h}{2}$$

$$A = \frac{10 \text{ cm} \cdot 5 \text{ cm}}{2}$$

$$A = 25 \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{Quadrat}} = A \cdot 2 = 50 \text{ cm}^2$$

- (2) $d = 18 \text{ cm}$

z. B.

$$162 = \frac{g \cdot h}{2} \cdot 4$$

$$g = h = r = 9 \text{ cm}$$

6. a) $P(\text{Herz-Dame}) = \frac{1}{32}$

b) $P(\text{Pik;Pik}) = \frac{56}{992}$

$$\frac{8}{32} \cdot \frac{7}{31}$$

- c) Antwort:

z. B.

„Die Anzahl aller Zahlkarten (16) entspricht der Anzahl der Herz- und Kreuz-Karten (16).“

d) $\frac{8}{32} \cdot \frac{7}{31} + \frac{8}{32} \cdot \frac{24}{31} + \frac{24}{32} \cdot \frac{8}{31}$ (oder $1 - \frac{24}{32} \cdot \frac{23}{31}$)

- e) 24 Möglichkeiten

- f) 192 Möglichkeiten

z. B.

$$6 \cdot 4 \text{ oder } 24 \cdot 4$$

$$96 \cdot 2$$

1. a) (1) $x = -4$

z. B.

$$5x + 22 + 18x = 8x - 38$$

$$23x + 22 = 8x - 38$$

$$15x + 22 = -38$$

$$15x = -60$$

(2) $x = -185$

z. B.

$$4 \cdot (5 - 3,5x) = 205 - 13x$$

$$20 - 14x = 205 - 13x$$

$$20 - x = 205$$

$$-x = 185$$

- b) (1) 89,50 €
2,40 €/km · 35 km
= 84,00 €
84,00 € + 5,50 €
(2) $2,40 \cdot x + 5,50$

-
2. a) 0,20 €

z. B.

$$6,40 \text{ €} : 4 = 1,60 \text{ €}$$

$$1,80 \text{ €} - 1,60 \text{ €}$$

- b) 75,00 €

z. B.

$$40 \text{ Liter} : 8 = 5 \text{ Liter}$$

$$5 \text{ Liter} \cdot 5 = 25 \text{ Liter (Apfelsaft)}$$

$$5 \text{ Liter} \cdot 3 = 15 \text{ Liter (Orangensaft)}$$

Apfelsaft: 6 Pakete Apfelsaft + eine Flasche Apfelsaft

$$\text{Kosten: } 6 \cdot 6,40 \text{ €} + 1,80 \text{ €} = 40,20 \text{ €}$$

Orangensaft: 3 Pakete Orangensaft + 3 Flaschen Orangensaft

$$\text{Kosten: } 3 \cdot 9,20 \text{ €} + 3 \cdot 2,40 \text{ €} = 34,80 \text{ €}$$

$$40,20 \text{ €} + 34,80 \text{ €}$$

- c) 3 Möglichkeiten

z. B. :

20 Einzelflaschen Kirschsafft und 20 Einzelflaschen Ananassaft

5 Pakete Kirschsafft + 5 Pakete Ananassaft

+ eine Einzelflasche Kirschsafft + eine Einzelflasche Ananassaft

10 Pakete Kirschsafft + 1 Paket Ananassaft

4 Pakete Ananassaft + 5 Pakete Kirschsafft

+ 3 Einzelflaschen Kirschsafft + 3 Einzelflaschen Ananassaft

9 Pakete Ananassaft + 2 Einzelflaschen Kirschsafft

+ 2 Einzelflaschen Ananassaft

10 Pakete Ananassaft + 2 Einzelflaschen Kirschsafft

+ 2 Einzelflaschen Ananassaft

-
3. a) 100,40 €

z. B.

$$89,60 \text{ €} + 35,90 \text{ €}$$

$$= 125,50 \text{ €}$$

100 % entsprechen 125,50 €.

20 % entsprechen 25,10 €.

$$125,50 \text{ €} - 25,10 \text{ €}$$

- b) (1) 282,80 €

z. B.

75 % entsprechen 212,10 €.

25 % entsprechen 70,70 €.

- (2) 20,20 €
z. B.
70 % entsprechen 212,10 €.
10 % entsprechen 30,30 €.
100 % entsprechen 303,00 €.
303 € – 282,80 €
-

4. a) Konstruktion des Trapezes:
z. B.
Zeichnen der Seite $|AB| = 6 \text{ cm}$
Zeichnen eines Kreisbogens um A mit $r = 3 \text{ cm}$
Zeichnen eines Kreisbogens um B mit $r = 3 \text{ cm}$
Zeichnen eines Kreisbogens um den Mittelpunkt
der Seite \overline{AB} mit $r = 3 \text{ cm}$
Verbinden der Schnittpunkte zum Trapez
- b) $u = 15 \text{ cm}$
 $u = 5 \cdot 3 \text{ cm}$
- c) $A_{\text{Trapez}} \approx 11,7 \text{ cm}^2$
z. B.
 $h_a \approx 2,6 \text{ cm}$
 $A_{\text{Trapez}} \approx \frac{6 \text{ cm} + 3 \text{ cm}}{2} \cdot 2,6 \text{ cm}$
 $A_{\text{Trapez}} \approx 4,5 \text{ cm} \cdot 2,6 \text{ cm}$
- d) Begründung:
z. B.
„Chris hat nicht recht,
da die Dreiecke gleichseitig sind, muss $\delta = 120^\circ$ betragen.“
-

5. a) $\alpha = 45^\circ$
z. B.
 $180^\circ - 90^\circ$
 $= 90^\circ$
 $\alpha = 90^\circ : 2$
- b) Würfel (oder Quader)
- c) (1) $V_{\text{Werkstück}} = 625 \text{ cm}^3$
z. B.
Länge des volumengleichen Quaders: $20 \text{ cm} + 5 \text{ cm} = 25 \text{ cm}$
 $V_{\text{Quader}} = 25 \text{ cm} \cdot 5 \text{ cm} \cdot 5 \text{ cm}$
 $V_{\text{Quader}} = 125 \text{ cm}^2 \cdot 5 \text{ cm}$
- (2) $m = 375 \text{ g}$
 $m = 625 \text{ cm}^3 \cdot 0,6 \text{ g/cm}^3$
- (3) 5000 cm^3
z. B.
 $3 \text{ kg} = 3000 \text{ g}$
 $3000 \text{ g} : 0,6 \text{ g/cm}^3$
-

6. a) L,G,M | L,M,G | G,L,M | G,M,L | M,L,G | M,G,L

b) 14 (Besteckteile)

z. B.

$$5 + 8 = 13$$

c) Gabel

z. B.

$$35 \% = \frac{35}{100} = \frac{7}{20}$$

d) $P(L,G) = \frac{35}{380}$

z. B.

$$P(L) = \frac{5}{20}$$

$$P(G) = \frac{7}{19}$$

$$P(L,G) = \frac{5}{20} \cdot \frac{7}{19}$$

e) 4 Messer

z. B.:

$$\frac{8}{20}, \frac{9}{21}, \frac{10}{22}, \frac{11}{23}, \frac{12}{24} = 50 \%$$

alternativ: Die Anzahl der Löffel und Gabeln muss der Anzahl der Messer entsprechen, also $5+7=8+x$
